

초등수학 교과서에 제시된 문장제의 구문론 · 의미론 분석

김 성 준(부산교육대학교 교수)

김 한 나(범일초등학교 교사)

《요약》

오늘날 학교수학에서는 실생활 가운데 적용 가능한 수학이 강조됨에 따라 문장제(word problem)의 역할과 중요성이 부각되고 있으며, 이러한 흐름은 초등수학 교과서에서 다양한 유형의 문장제를 제시하는 것으로 나타나고 있다. 본 연구에서는 초등수학 교과서에 제시된 문장제 가운데 ‘문자와 식’ 영역의 문장제를 중심으로 하여 그 유형을 분석하고자 하였다. 문장제는 구문론, 의미론, 소재, 문제해결 전략의 4가지 분석틀에 맞추어 유형 분석이 이루어졌다. 구문론 분석의 경우 하위 분석 요소로 문제의 길이, 자료 제시와 계산 순서, 불필요하거나 불충분한 수치 정보의 포함, 개방형 질문 유무, 문제의 재진술, 문제의 복잡성이 검토되었으며, 의미론에서는 연산 구조 여부, 다단계 여부, 연산의 종류, 연산의 유형을 중심으로 하여 분석이 이루어졌다. 소재는 실생활과 관련된 소재와 순수 수학적 소재로 구분되었으며, 문제해결 전략의 경우는 Lenchner가 제시한 12가지 문제해결 전략에 따랐으며, 이러한 분석의 틀에 따라 초등수학 교과서의 문장제 유형에 대한 분석이 이루어졌다.

주제어 : 초등수학 교과서, 문장제 유형, 구문론, 의미론, 소재, 문제해결 전략

I. 서론

최근 우리나라에서는 이공계열에 대한 관심이 고조되고 있다. 유한의 자원보다는 무한의 인간 능력에 초점이 맞추어지면서, 인간 능력 발달에 기여할 수 있는 이공계열에 대한 관심이 높아져 가고 있는 것이다. 그렇다면 이 가운데 모든 이공계열에서 근본이 되는 수학의 중요성은 굳이 말로 설명할 필요가 없을 것이다. 이는 모든 과학의 기초·기본이 바로 수학에 있기 때문이다. 그러나 이러한 수학의 중요성과는 별도로 학교수학에서 다루어지는 내용 즉, 소수의 나눗셈이나 고차방정식, 미적분 등에서 수학과 실생활과의 관련성에 대해 의문이

제기되는 경우가 있다. 이와 함께 일부에서는 초등학교에서부터 수학 교과를 배워야 하는 이유에 대해 분명한 답을 요구하고 있다. 일반적으로 초등학교 수학 교과와 경우, 모든 학생을 수학자로 양성하는데 그 목적을 두고 있는 것은 아니며, 학생들이 실생활과 관련된 여러 가지 문제를 해결할 수 있는 수학적 힘(mathematical power) 또는 수학적 소양(mathematical literacy)을 기르는 것에 초점을 두고 있다. 여기서 수학적 힘은 창의성과 창조력을 길러 미래 사회를 주도할 인재로서 요구되는 능력으로, 초등수학의 중요한 목표 가운데 하나이다. 이것은 7차 교육과정에서 수학과 교육과정의 기본 방향 가운데 수학적 사고력과 창의성의 배양을 강조하고 있는 것은 같은 맥락에서 생각할 수 있다. 다시 말해, 7차 교육과정에 따르면 수학적 사고력과 창의성은 생활이나 학습 속에서 접하는 여러 가지 문제를 해결할 수 있는 수학적 능력과 태도를 기르는 것과 관련되며, 이러한 능력과 태도를 형성하는 과정에서 수학적 사고력과 창의성을 비롯하여 수학적 소양을 배양할 것을 요구하고 있다(교육부, 1999). 여기서 강조된 여러 가지 문제는 초등수학 교과서에서 주로 수식이나 문장제(word problem)의 형태로 제시되고 있으며, 특히 문장제는 실생활과 관련해서 수학적인 힘에 대해 생각해볼 수 있기에 더욱 강조되고 있는 추세이다. 이는 초등수학에서부터 학생들에게 문장제를 제시하고, 이러한 문장제를 해결할 수 있는 기회를 주어야 하는 이유로, 문장제가 실생활의 문제 상황을 나타내기 때문에 학생들에게 실생활 문제를 수학에서 연습해 볼 수 있는 기회를 제공한다(Resnick & Ford, 1981; 김정전, 1995, 재인용)고 보기 때문이다. 다시 말해, 학생들은 학교에서 배운 지식을 이용해서 문장제를 해결하는 연습을 하게 되는데, 이러한 과정을 통해 학생들은 앞으로 부딪히게 될 여러 가지 실제 상황의 문제를 대비하게 되는 것이다. 또한 학생들은 문장제를 통해 실제 상황 속에 놓여 있는 여러 가지 문제를 수학 기호나 수학적 표현으로 나타내는 방법을 연습하게 된다. 이 경우 문장제는 실생활과의 관련성을 통해 자신이 수행하는 수학적 활동에 의미를 부여하는 기능을 할 뿐 아니라 ‘수학화’(mathematising)의 경험과 더불어 문제해결 능력의 신장이라는 측면에서 충분한 활용 가치를 가지게 된다(장혜원, 2002).

이처럼 학교수학에서 접하는 수학적 지식은 문장제를 통한 현실적인 문제 상황을 해결하는 과정에서 새롭게 생성되고 발달할 수 있기에, 실생활 소재로부터 개념적 이해를 추구하고 이를 형식화하여 수학적 내용에 의미를 부여할 수 있는 교육과정의 개발은 무엇보다 시급하게 요구된다(김진호, 2003). NCTM(2000)의 경우, 일상생활에서 발생하는 문제를 이용하여 수학적 개념을 소개하고, 다양한 실제적인 문제 상황을 통하여 학생들이 개념적 이해와 문제해결 전략을 사용하도록 함으로써 실생활 문제에 대한 분석력을 강조하고 있으며(김민경, 2004, 재인용), 그 출발점을 현실적인 문제 상황을 담고 있는 문장제에서 찾고 있다. 우리나라의 경우도 초등수학 교과서(7차 교육과정)를 살펴보면 ‘생활에서 알아보기’, ‘문제를 해결하여 봅시다’, ‘실생활에 적용하여 봅시다’ 등에서 그 차시에 학습할 내용을 실생활과

관련된 문장제 형태로 제시하고 있으며, 특히 ‘문자와 식’ 영역에서는 문장제를 통해 수학에서의 문제해결이 무엇인가에 대해 구체적으로 보여 주고 있다. 이것은 학생들에게 단순 계산의 반복보다는 수학적 상황을 먼저 인식하고 문제를 직접 해결하는 경험을 제공함으로써, 그리고 해결된 문제의 결과를 다시 수학적 상황에 연결시켜 봄으로써 실제 상황에 피드백을 주기 위한 일련의 과정으로 볼 수 있다.

본 연구에 앞서 초등학교 5학년을 대상으로 ‘자연수×분수’의 학습 내용을 지도할 때, 기계적인 계산 방법으로 문제를 해결하는 학생들에게서 계산 원리에 대한 이해 여부를 조사해 본 결과, 많은 학생들이 계산 원리를 이해하지 못한 상태에서 단순히 기계적 계산만을 반복하는 것을 관찰할 수 있었다. 이에 비해 같은 학생들에게 먼저 문장제를 스스로 만들게 한 다음, 이러한 문장제의 상황을 이해하고 ‘자연수×분수’의 계산을 하도록 한 경우에는, 실제 상황에 맞추어 적절한 그림을 그리는 등 다양한 방법으로 계산 원리를 이끌어 내는 것을 관찰할 수 있었다. 이것은 단순히 기계적 계산을 하는 것이 아니라 수학적 상황과 원리를 이해하면서 문제를 해결하는 과정이 얼마나 중요한가를 단적으로 보여주는 것으로, 기계적인 계산을 반복해서는 수학적인 사고력과 창의성을 포함하는 수학적인 힘을 기를 수 없다는 것을 보여주는 것이다. 따라서 문제해결에서 수학적인 상황과 원리의 이해를 기반으로 하기 위해서는 문장제와 같은 여러 가지 문제 상황에서 응용력을 신장시키고, 동시에 수학적 힘을 배양할 수 있어야 하며, 이를 통해 수학적인 사고력과 창의성을 길러낼 수 있어야 한다. 또한 문장제는 실제 상황과 밀접하게 관련되어 있는 경우가 많기 때문에 수학학습에서 요구되는 기호를 비롯한 여러 가지 표상을 실생활과 관련해서 가르치는데 유용할 수 있다.

본 연구에서는 학교수학에서 이와 같은 문장제의 중요성과 역할을 염두에 두고 문장제와 관련된 다양한 연구에 앞서 초등수학 교과서에 제시된 문장제를 구문론과 의미론을 중심으로 하여 분석하고자 한다. 학교수학에서 특히 초등수학에서 제시된 문장제를 구문론과 의미론에 초점을 두고 분석함으로써, 학교수학에서 제시되는 문장제를 몇 가지 유형으로 구분할 수 있으며 이를 통해 초등학생들이 실제문제 상황을 포함하는 문장제에서 경험하는 어려움과 함께 문장제의 유형에 따라 문제해결능력이 어떤 차이를 보이는가 등을 검토하는데 기초 자료로 활용될 수 있으며 또한 현 교과서에서 선호하는 특정 유형의 문장제에는 어떠한 것이 있는가 등을 살펴볼 수 있을 것으로 기대된다. 본 연구에서는 이러한 문장제 연구의 필요성에 따라 초등수학에서 ‘문자와 식’ 영역에 제시된 문장제를 중심으로 하여 구문론과 의미론, 소재, 문제해결전략 등에서 문장제 분석의 틀을 먼저 마련하였으며, 이 분석의 틀에 따라 유형 분석을 시도하고 있다.

II. 문장제 분석 방법

1. '문제'와 '문장제'

문제(problem)의 어원은 'PRO'(앞으로) + 'BALLEIN'(던지라) 곧, 앞으로 던져진 것으로 '명료하지 않다', '모른다', '알고 싶다', '해결하고 있다' 등의 뜻을 내포하고 있다. 넓은 의미로 문제는 구성하고 있는 요소에 조건이 내포되어 있지 않는 것으로, 가령 이 건물의 높이를 알고 싶는데 어떻게 측정하면 될까와 같이 문제 해결에 필요한 조건을 스스로 찾아서 그것을 사용하여 해결하는 것과 같은 다양한 사고활동을 요구한다. 반면 좁은 의미로서의 문제는 문제를 구성하는 요소에 조건이 포함되어 있어 이러한 조건을 유효하게 사용하면 해결할 수 있는 문제를 말한다. 예를 들면 "면적이 240m^2 인 직사각형의 땅이 있다. 가로와 길이는 얼마인가?"와 같은 문제이다.

현재 초등수학 교과서에는 다양한 형태의 문제가 등장한다. 예를 들면, '보기'나 '예제'에 이어서 나오는 '문제', '연습문제', '종합문제' 등에서의 '문제'라는 용어는 교과서 여기저기서 사용되고 있다. 그러나 수학 교과서에서 어떤 개념의 설명에 이어서 나오는 문제는 본 연구에서 사용하려는 '문제'(problem)의 개념과는 다소 차이가 있다. '예제'는 앞에서 등장한 수학적 개념을 교사가 적용하고 설명하기 위한 대표적인 과제이며, 이어서 나오는 '문제'는 본문의 설명이나 예제에서 교사가 보여준 방법을 학생들이 스스로 적용하여 해결하는 과제인 것이다. 또한 단위 말미에 나오는 '연습문제'나 '종합문제'도 그 단위에서 학습한 개념을 종합적으로 응용해 보게 하는 수준의 과제로서, 본문의 내용과 예제의 풀이 방법을 이해하면 그 방법을 적용하여 학생들 스스로가 해결할 수 있는 수준의 과제이다. 그러나 문제해결에서 의미하는 '문제'의 의미는 위에서 설명한 여러 가지 문제의 뜻과는 차이가 있다. 문제해결에서 '문제'는 학습자가 해결해야 할 과제로서 처음에는 그 답이나 풀이 방법을 알 수 없지만, 학습자가 해결하고자 하는 도전감을 불러일으키며, 궁극적으로는 스스로 해결할 수 있는 과제를 의미한다. 즉, '문제'는 해결 방법을 알 수 없는 막연한 상황에서 도전감을 가지고 노력하면서 궁극적으로는 해결하게 되는 상황 전반을 말하는 것이다. 여기서 '문제'는 학습자가 도저히 해결할 수 없을 정도로 지나치게 어려워도 안 되며, 답이나 해결 방법을 즉각적으로 알 수 있어서 도전감을 가질 수 없을 정도로 쉬워도 안 된다. 아동은 문제 상황의 존재를 인식하고, 어떤 행동을 필요로 하고 있다는 사실을 깨닫고, 그 상황을 해결할 필요를 느껴 행동을 취하는데, 즉시 그 상황을 해결할 수 없는 경우에 진정한 문제해결을 경험하게 되는 것이다. 이처럼 최근 학교수학에서 중요시되는 문제해결은 이미 배운 수학적 사실이나 알고리즘을 단순하게 사용하는 수준이 아닌 그 이상의 것을 요구한다. 문장제(word problem)는 문제해결과 관련된 이러한 요구로 인해 최근 들어 학교수학에서 더욱 그 중요성이 높아지고 있으며, 이와 관련된 연구 역시

다양하게 이루어지고 있다. 본 연구에서 초등수학 교과서에 제시된 문장제를 구문론과 의미론을 중심으로 하여 분석하는 것 또한 이러한 맥락에서 볼 수 있을 것이다.

이를 위해 다음에서는 연구에 앞서 문장제의 정의와 특징을 간략하게 살펴보고자 한다.

먼저 Rosenthal & Resnick은 문장제를 논리적이고 분석적 사고를 요구하는 문제로 보았으며, Nesher & Teubal는 문장제를 최소한 두 개의 정보 문장과 한 개의 질문 문장으로 이루어진 문제로서 일상생활과 관련된 상황이 구두나 필문으로 제시된 계산 문제로 정의하고 있으며, Kantowski는 문장제를 언어적 문제로 문제의 구조를 인지한 다음 적절한 알고리즘을 선택하여 정확히 적용하기를 요구하는 문제로 정의하고 있다(2004, 석경희, 재인용). 본 연구에서는 문장제를 일반적으로 어떤 사실이 문장으로 서술되어 있는 것으로, 그 문제가 구체적인 생활 속의 장면이나 사실을 수반하고 문제의 해결에 필요한 요건(연산의 선택이나 해결에 필요한 자료)을 구비한 문제로 정의한다.

다음으로 문장제의 특징으로 학생들은 문장제를 통해 다음과 같은 수학적인 힘을 기르게 된다(최미숙, 2004). 그에 따르면, 학생들은 문장제를 통해 필요한 정보와 불필요한 정보 중 필요한 정보만을 추출하는 능력을 기를 수 있게 된다. 또한 학생들은 생활 경제나 생활 장면에서 응용할 수 있는 문제를 통해 해결하고 싶은 호기심을 가지게 되고, 실생활에 학교수학을 적용할 수 있는 계기를 마련할 수 있게 된다. 이와 함께, 문장제에서는 풀이를 얻기 위해 다단계의 과정이 요구되거나 하나 이상의 전략을 사용하게 되는데, 이를 통해 학생들은 수학이 다른 교과와의 관련성을 맺는 학문임을 깨닫게 되며, 다양한 전략을 구사함으로써 답을 얻기까지의 과정의 중요성을 알게 된다. 일반적으로 문장제를 해결하는 데에는 한 가지 방법의 연산 규칙이 있는 것이 아니라 두 가지 이상의 방법으로 해결하는 경우가 많다. 그러므로 문장제를 해결할 때에는 보다 효과적인 연산 규칙을 발견하게 되고, 판단력이 빠르면서 연산의 사고 과정에 저항을 느끼지 않는 방법으로 해결하되, 그 방법을 확장하면서 보다 더 정진된 내용과 바로 적용가능한 방법을 찾게 되고, 이를 통해 더욱 수학학습에서 만족스러운 해결 방법을 찾는 것이 중요하다는 것을 느끼게 된다(현종익, 1996).

이처럼 문장제에서 길러지는 수학적 이해는 점차적으로 현실적인 실세계에서 일어나는 다양한 상황에 대해 형식적인 수학적 지식을 적용·발달시킬 수 있기 때문에 수학과에 있어서 문장제는 중요시된다고 할 수 있다(김민경, 2004). 따라서 오늘날 학교수학과 관련된 연구에서 문장제를 통한 수학 학습은 학생들의 문제해결 능력의 신장과 창의적인 사고력의 증진에 있어서 필수적인 연구 분야로서 받아들여지고 있다.

2. 문장제 분석 방법

문장제의 유형 분석에 있어서 Carpenter & Moser(1982)는 선행연구들을 종합하여 세 가지로 구분하고 있다. 첫째는 구문론적 분류로서 구문, 어휘수준, 문제를 구성하는 단어의 수의

측면으로 분류하고, 둘째는 문장제가 표상되는 순서에 따른 수식의 유형에 의해 분류하는 것이고, 셋째는 문장제의 의미 구조에 의해 분류하는 것이다(김동우, 1996, 재인용). 한편 김진숙(1998)의 경우는 구문론, 의미론, 소재, 문제해결전략을 중심으로 교과서에 제시된 문장제의 빈도와 분포를 분석하고 있다. 본 연구에서는 이러한 문장제 유형 분석과 관련된 선행 연구 가운데 김진숙(1998)이 제시한 문장제 유형 구분에 따라 초등수학(1-6학년) 교과서에서 ‘문자와 식’ 영역의 문장제들에 대한 분석을 시도하고 있다. 먼저 구문론, 의미론, 소재, 문제해결 전략 각각에서 분석의 기준과 그 분석 방법을 제시하면 다음과 같다.(분석의 틀과 예시 : <부록> 참조)

가. 구문론

언어학에서 구문론은 문장(sentence)의 구조적인 표현 형태와 관련되어 논의된다(김진숙, 1998). 수학에서 문장제는 수학적 언어인 전문 용어와 자연 언어가 함께 문장을 구성하고 있으며, 이 경우 문장제의 구조적 표현 형태를 파악하는 것은 문장제를 이해하는데 기본이 된다. 구문론적 관점에서 문장제를 분석하는 것은 이러한 필요에 의한 것이다. 일반적으로 구문론적 기능(syntactic action)은 기호가 의미하는 것에 의한 것보다는 단지 기호에 의해 제시된 기호 조작을 수반한다. 따라서 구문론적 기능은 표상 체계의 기능보다는 기호적 체계에 더 많은 영향을 받는다. 이에 구문론에서 살펴보려는 내용은, 김진숙(1998)이 제시한 준거에 따라 문제에 제시된 문장의 수, 자료 제시와 계산 순서 사이의 관계, 불필요하거나 불충분한 수치적 정보의 포함 유무, 문제의 유형, 문제의 재진술 여부, 문제의 문법적 복잡성 정도 등이다.

1) 문제에 제시된 문장의 수

문장제에서 문제의 길이가 길고 짧음은 문제 해결에 있어서 결정적인 변인으로 볼 수는 없지만, Barnett(1984)에 의하면 정보 처리적 관점에서 문제의 길이가 장기기억과 단기기억에 많은 영향을 주고 있음을 알 수 있다. 여기서 그가 말하는 문제의 길이는 본 연구에서는 문장제의 길이로 볼 수 있으나, 본 연구에서는 초등수학의 맥락에 맞추어 문장제가 몇 줄로 이루어져 있는가 보다는 몇 개의 문장으로 구성되어 있는가에 초점을 맞추어 살펴보고자 한다. 이는 초등수학에서 문장제의 학습은 문장제의 길이와 관련해서 ‘문제에 제시된 문장의 수’가 문제의 구문론 유형을 구분하는 직접적인 기준이 될 수 있다고 보았기 때문이다.

2) 자료 제시와 계산 순서의 일치 정도

Teubal & Nesher(1991)에 따르면, 일반적으로 어린 아동들의 경우 문제에서 사건이 발생한 순서 즉, 자료가 제시되는 순서에 따라 계산의 순서를 결정하게 되고, 따라서 제시된 자료를

제배열하면서 문제를 해결하는데 있어서 어려움을 겪는다. 이에 비해 학년이 올라가면서 아동들은 사건 언급의 순서와 상관없이 문제를 해결하는 방향으로 수학적 문장을 재구성해 나갈 수 있게 된다. 따라서 자료 제시와 계산 순서 사이의 관계는 문장제에서 문제해결 여부를 결정짓는 중요한 단서가 되며, 이 둘 사이의 관계는 구문론과 관련해서 유형별 문장제를 구분하는데 기준이 될 수 있을 것이다.

3) 불필요하거나 불충분한 수치 정보의 포함 유무

학교수학에서 문장제는 실생활과 관련해서 문제해결 능력을 기르는 것을 목표로 삼고 있으며, 따라서 교과서에 제시된 문장제 가운데 대부분의 경우는 실생활과 관계되어 있다. 실생활에서 발생하는 문제 상황은 불필요하거나 불충분한 수치 정보들 속에서 문제 해결에 필요한 것들을 선별하고 그것들을 활용하여 문제를 해결해야 하는 경우가 많다. 따라서 실제로 초등수학 교과서에서 제시된 문장제 가운데 불필요하거나 불충분한 수치 정보의 포함 유무를 살펴보는 것은 문장제를 유형별로 구분하는 기준으로 다루어져야 한다.

4) 개방형 질문 여부

개방형 문제(open-ended problem)는 답이나 풀이 과정에서 다양성과 창의성을 존중하고 인정하는 것으로, 비정형적인 문제에서와 같이 일반적인 알고리즘과 함께 다양한 풀이 방법이 제시될 수 있다. 문장제의 경우 구문론과 관련해서 문제의 유형이 개방형인가 그렇지 않은가에 따라 학생들이 문장제를 인식하는 수준에서 차이가 있을 수 있으며, 이에 본 연구에서는 개방형 질문의 유무를 분석의 틀에 포함시키고자 한다.

5) 문제의 재진술

문제의 재진술 여부를 살펴보는 것은 문장제의 내용을 다시 묻는 질문, 예를 들어, ‘구하려는 것은 무엇인가?’, ‘무엇을 구해야 하나요?’ 등과 같은 질문이 있는가에 대해 살펴보는 것으로, 학생들에게 문장제를 이해하는 과정에서 다시 되돌아볼 수 있는 기회를 문제 자체에서 제공하는가를 알아보려는 것이다. 본 연구에서는 구문론과 관련해서 이처럼 문제의 재진술 여부를 문장제의 유형을 구분하는 하나의 기준으로 보고 있다.

6) 문제의 문법적 복잡성(Yngve 지수)

구문론적 측면에서 문장제의 문법적 측면을 고려하여 본 연구에서는 문제의 문법적 복잡성을 하나의 기준으로 마련하였는데, 이는 언어학에서 구조언어학적 방법을 이용해서 분석하는 방법을 차용한 것이다. Barnett(1984)에 따르면 수학 문제에서 문제의 문법적 복잡성을 측정하는 도구로 그 타당성이 검증된 대표적인 것으로 Yngve 지수를 생각해볼 수 있다.

Yngve 지수는 Chomsky의 변형생성 문법에서 통사 분석의 기초 작용을 적용한 것으로, 본 연구에서는 김진숙(1998, 재인용)의 연구에서 사용했던 측정 방법에 따라 문장제에서의 Yngve 지수를 계산하였다.

문장제의 구문론적 분석에서는 위에서 열거한 여섯 가지 기준에 따라, 문장제와 그 하위 문항까지를 포함하여 다음과 같은 방법으로 분석하였다.

첫째, 문제의 길이는 문제 안에 포함되어 있으며, 문장 부호에 의해 구분된 문장의 수를 조사한다.

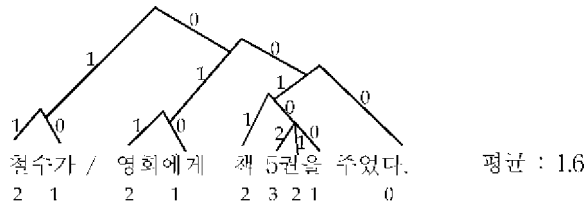
둘째, 자료 제시와 계산 순서 불일치는 문장제 속에 제시된 수치 자료의 순서와 계산 순서와의 일치 여부를 조사한다.

셋째, 불필요하거나 불충분한 수치 정보 분석에서는 문장제 속에 불필요하거나 불충분한 수치 정보가 포함되어 있는지의 여부를 조사한다.

넷째, 개방형 질문의 포함 여부에서는 문장제 속에 하나의 정답이 아닌 복수의 정답이 존재하는 문제나 여러 개의 답변이 허용되는 문장제인가를 조사한다.

다섯째, 문제의 재진술은 문장제 속의 하위 문항 중에서 문제를 해결하기 위해 문제 자체를 이해했는지 물어보는 질문이 포함되어 있는지를 조사한다.

여섯째, 문제의 문법적 복잡성에서는 Yngve 지수를 계산한다(Barnett, 1984; 김진숙, 1998 재인용). 예를 들어, 다음 문장에서 Yngve 지수 산출 결과 그 복잡성 지수는 1.6이 된다.¹⁾



나. 의미론

1) 덧셈의 의미

먼저 ‘합병’은 집합수의 경우 동시에 존재하고 있는 두 양을 합한 크기를 구하는 조작이다. 그리고 순서수의 경우는 하나의 계열 중에서 a번에서 b번 뒤에 있는 순위를 알아내는 조

1) Yngve 지수를 구하는 방법은 다음과 같다. 먼저 문장을 주부(noun phrase)와 술부(verb phrase)로 나눈다. 문장의 선행적 배열에서 어떤 주부의 구성소(morpheme)의 오른쪽에 술부만 있으면 1, 술부와 그 구성소 사이에 주부의 다른 구성소들이 있으면 술부와 술부에 도달하기 위해 거쳐야 할 구성소에 각각 1을, 술부 안 구성소의 경우 오른쪽에 남은 구성소의 위치에 따라 각각 1을 부여한다. 다음으로 각 문장에서 각 구성소의 점수의 평균을 구한다. 마지막으로 문장제의 텍스트에 있는 여러 개의 문장들에서 계산된 점수의 평균들 가운데 최대값을 문제의 복잡성 지수로 결정한다.

작이다(현종익, 1999). 다음으로 ‘첨가’는 집합수의 경우 하나의 부분에 다른 부분을 첨가해서 전체를 알아내는 조작이다. 이는 문제 장면 속에서 ‘합하면’, ‘전체는’, ‘모두’ 등으로 말하는 것을 덧셈 연산으로 유추하여 연산기호를 도입시켜 이해시킨다(박성택 외, 1996). 순서수의 경우는 한 계열 중에서 a번에서 b번 전진했을 때의 순위를 알아내는 조작을 의미한다(현종익, 1999).

2) 뺄셈의 의미

먼저 ‘비교’는 집합수의 경우는 두 부분을 알고 그들의 차이를 알아내는 조작이다. 순서수의 경우는 한 계열 중에서 하나는 a번이고 다른 하나는 b번일 때 누가 몇 번 뒤인가를 알아내는 조작을 의미한다. 다음으로 ‘제거’는 집합수의 경우는 전체에서 그 중 한 부분을 제거해서 나머지 부분을 알아내는 조작이다. 순서수의 경우는 하나의 계열 중에서 a번째에 있던 것이 b번만큼 후퇴했을 때의 순위를 알아내는 조작을 의미한다(현종익, 1999).

3) 곱셈의 의미

먼저 동수누가는 Peano의 공리에 의하면 가법에서 같은 수를 거듭 더하는 경우의 간편법으로 승법이 도입되는 것이다. 이는 같은 수를 되풀이하여 거듭 더하는 것을 의미하며 이것은 ‘몇씩 몇’, ‘몇의 몇 배’라는 개념과 함께 곱의 개념으로 통합하여 곱셈의 기초에서 중요한 개념으로 취급된다. 동수누가는 일반적으로 집합의 등분할을 통한 동수누가, 수직선에서 같은 간격으로 되풀이해서 뛰어넘는 조작을 통한 동수누가의 두 가지 경우에서 곱셈이 다루어지고 있다. 두 번째로 (단위당 양) × (단위수) = (전체량)은 승법의 도입을 양×양의 곱셈으로 유도하는 것이다. 생활 문제 장면의 경우 직관적으로 양이 파악될 수 있는 분리량으로 도입하는 것이 쉽다. 예를 들어, “토끼 1마리는 4개의 다리를 가지고 있다. 토끼 3마리의 다리 수는 얼마인가?”와 같은 것으로, 이 때 ‘토끼 1마리에는 다리가 4개’는 단위당의 수(기준량의 크기)이고, ‘토끼 3마리’는 단위수(기준량의 개수)이며, ‘다리의 수는 몇 개?’는 전체량에 해당된다. 세 번째로 배의 개념과 비율의 개념은 $a \times b = c$ 의 형으로 나타낼 때, a는 기준량, b는 비율, c는 전체량을 의미하는 경우이다. 예를 들어, “5cm의 4배는 얼마인가?”로 이 문제는 $5\text{cm} \times 4 = 20\text{cm}$ 로서 1cm의 20배인 20cm로 생각하게 되는 것이다. 마지막으로 곱집합의 개념은 예를 들어, “아동 2명이 3가지 모자를 쓰게 되는 방법의 수가 몇인가?”와 같은 경우이다. 이 문제는 곱집합을 만들어 그 원소를 정렬함으로써 곱셈 연산 나타내게 하는 것이다(박성택 외, 1996).

4) 나눗셈의 의미

먼저 등분제는 a를 b등분하면 그 하나치는 얼마나 되는가를 알아보는 것으로, 주어진 것

을 등분한다는 의미의 나눗셈을 말한다. 이에 비해 포함제는 a에는 b가 몇 번 포함되어 있는가를 알아보는 나눗셈을 의미한다.

문장제의 의미론적 분석에서는 위에서 설명한 사칙연산의 의미를 포함하여 다음과 같은 방법으로 분석이 이루어진다.

첫째, 연산구조의 여부는 사칙연산이 포함된 문장제는 연산구조로 사칙연산이 포함되지 않은 문장제는 비연산구조로 구분한다.

둘째, 다단계의 문제 여부는 문장제를 해결하는 과정을 조사한다. 그리고 그 과정을 1단계와 2단계 이상인 다단계와 단계를 객관적으로 알 수 없는 문제 등 크게 3가지로 구분한다. 여기서 단계는 계산의 과정과 해결을 위한 사고의 단계를 모두 포함한다.

셋째, 연산의 종류는 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈, 혼합산으로 조사하였다. 혼합산의 경우는 어떤 사칙 연산이 혼합되어 있는지를 조사한다.

넷째, 연산의 유형은 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈으로 나누고 각 연산의 상황별 의미 구조에 따라 다음과 같이 세분화한다.

덧셈은 변화-첨가, 부분-부분-전체, 기타로 나눈다. 변화-첨가 유형은 결과, 변화, 초기값 중 미지수가 어느 위치에 있는지에 따라 변화-첨가1, 변화-첨가2, 변화-첨가3으로 구분한다. 부분-부분-전체 유형은 미지수가 전체, 두 번째 부분, 첫 번째 부분 중 어느 위치에 있는 지에 따라 부분-부분-전체1, 부분-부분-전체2, 부분-부분-전체3으로 세분화한다. 그리고 미지수가 두 번째 부분과 첫 번째 부분 모두에 존재하는 경우 부분-부분4로 구분한다. 기타 유형은 문제 해결을 위한 특정 상황을 포함하지 않고 단순 덧셈 계산만을 요구하는 것으로 구분한다.

뺄셈은 변화-제거, 등화, 비교, 기타로 나눈다. 변화-제거 유형은 미지수가 결과, 변화, 초기값 중 어느 위치에 있는 지에 따라 변화-제거1, 변화-제거2, 변화-제거3으로 구분한다. 등화 유형은 미지수가 둘 사이의 양을 같게 하기 위한 차인 경우는 등화1, 미지수가 두 번째에 있는 경우는 등화2, 첫 번째에 있는 경우는 등화3으로 구분한다. 비교 유형은 미지수가 둘 사이의 양을 비교하기 위한 차인 경우 비교1, 미지수가 두 번째에 있는 경우는 비교2, 첫 번째에 있는 경우는 비교3으로 구분한다. 기타 유형은 문제 해결을 위한 특정 상황을 포함하지 않고 단순 뺄셈 계산만을 요구하는 것으로 구분한다.

곱셈은 동수누가, (단위당 양) \times (단위수)=(전체량), 배, 곱집합, 비율, 기타로 나눈다. 동수누가 유형은 같은 수를 되풀이하여 거듭 더하는 것으로, 그리고 (단위당 양) \times (단위수)=(전체량) 유형은 가법과 관계없이 양 \times 양의 곱셈을 하는 것으로 구분한다. 배 유형은 'a \times b=c'의 형으로 나타날 때, a는 기준량, b는 비율, c는 전체량으로 나타나는 것으로 구분하며, 곱집합 유형은 집합에 포함된 원소를 정렬로 나타나게 하여 곱셈하는 것으로 구분한다. 비율 유형은 배의 유형에서 승수가 정수가 아닌 분수인 경우로 구분하고, 기타 유형은 문제 해결을 위한 특정

상황을 포함하지 않고 단순 곱셈 계산만을 요구하는 것으로 구분한다.

나눗셈은 등분제, 포함제, 기타로 구분한다. 등분제 유형은 a 를 b 등분했을 때 그 하나 값이 얼마나 되는가를 알아보는 것으로 곧, 주어진 것을 등분하는 경우로 구분한다. 포함제 유형은 a 가 b 에 몇 번 포함되어 있는가를 알아보는 것으로 구분한다. 기타 유형은 문제 해결을 위한 특정 상황을 포함하지 않고 단순 나눗셈 계산만을 요구하는 것으로 구분한다.

다. 소재

학생들은 자신에게 의미 있는 생활 주변의 여러 가지 문제들을 해결해 나감으로써 수학의 적용가능성을 경험하고, 수학 학습의 의의를 깨닫고 동시에 흥미를 느낄 수 있게 된다(조영신, 2000). 문장제에서 실생활과 관련해서 문제해결이 논의될 때 소재의 중요성이 강조되는데, 이는 문장제에 포함된 소재에 따라 단순한 실생활뿐 아니라 통합교과적 차원에서 등장하는 지식을 비롯하여 실생활에서 추출한 과학적 사실, 사회 현상에 관한 포괄적 지식, 문학적 사실 등을 포함할 수 있기 때문이다(최미숙, 2004). 특히 초등수학 교과서의 문장제 소재는 실생활과 관련되면서 타교과와의 통합적 개념을 갖고 있어야 하며, 이를 통해 학생들의 흥미를 이끌어낼 수 있는 것이어야 한다(김진숙, 1998).

따라서 본 연구에서는 문장제에 사용된 소재를 문장제 유형을 분석하는 하나의 기준으로 보았다. 특히 초등학생들의 발달을 고려한다면 수학 교과서에 제시된 문장제에서 어떠한 소재를 사용하는가 하는 문제는 문장제의 수준별 난이도와 함께 문장제의 해결에 있어서도 결정적인 영향을 미칠 수 있기 때문에, 본 연구에서는 구문론과 의미론 분석에 이어 문장제의 소재 분석을 시도하였다. 분석방법으로는 문장제를 구성하는 주요 단어에서 어휘적 소재를 추출하였으며, 그 구분은 실생활의 소재를 그대로 문장제에서 소재로 활용한 경우와 실생활과 관련되지 않은 순수 수학적 지식을 문장제의 소재로 삼은 경우로 구분하였다. 이와 함께 초등수학 문장제에서 사용된 소재와 관련해서 초등학교 교육과정 안에서 다른 교과와의 연결이 어느 정도 고려되고 있는지 그 여부를 살펴보았다.

라. 문제 해결 전략

수학교과에서의 문제해결은 장차 겪게 될 실제 문제해결에 필요한 기본형을 제시한다는 점에서 이를 통해 당면할 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 역동적인 사고력을 기르려는 것이다. 따라서 문제의 장면에 당면하여 문제를 분석, 종합하여 거기에 내재하는 수량 관계를 파악하여 문제의 해결을 유도하거나 귀납적인 시행착오에 의한 문제해결에의 접근 또는 합리적인 추론에 의해서 해결점을 이끌어내는 등 수학적 사고력의 신장과 직접적으로 관련된다. 이에 문제해결 지도에 있어서 교사는 문제의 해결 결과가 어떠한 수학적 가치를 가

지는가, 혹은 문제해결의 심리적 과정이 사고방법으로써 의의가 있는 것으로 해결을 통해서 어떤 일반적 원리가 이해되거나 도출되는 것인가, 어떤 사고방법을 경험시키거나 터득되게 하려는 것인가를 바르게 파악해서 지도하는 것이 바람직하다(강석호, 1985). 여기서 문제해결 전략이란 문제해결에 도움이 되는 일반적인 절차나 해법 발견의 실마리를 얻도록 하는 방식을 뜻하는 것이다(현종익, 1999). 문장제의 유형을 분석한 본 연구에서는 문제해결 전략을 문장제를 구분하는 기준으로 보았으며, Lenchner에 의해 분류된 12가지 문제해결 전략(① 그림 그리기, ② 규칙성 찾기, ③ 목록표 만들기, ④ 표 만들기, ⑤ 단순화하기, ⑥ 시행착오 격기, ⑦ 실험하기, ⑧ 실제로 행하여 보기, ⑨ 거꾸로 풀기, ⑩ 식 세워 풀기, ⑪ 연역적으로 추론하여 풀기, ⑫ 관점을 바꾸어 생각하여 풀기)에 따라 초등수학 교과서의 문장제를 분석하였다.

Ⅲ. 연구의 결과

본 연구에서 초등수학 교과서 문장제 유형 분석은 초등학교 1-가에서 6-년까지 총 12권의 교과서 가운데 ‘문자와 식’ 영역이 포함된 수학 1-나, 수학 2-가, 수학 2-나, 수학 3-나, 수학 4-가, 수학 4-나, 수학 5-가, 수학 5-나, 수학 6-가, 수학 6-나의 총 10권의 교과서를 대상으로 하였다. 그러나 본 연구에서 설정한 분석 관점에 따라 문장제 자체만으로 그 유형을 구분하기 어려운 다음의 4가지 경우에 대해서는 분석 대상에서 제외시켰다.

- 안내문의 형식을 띠고 있는 문장제
(예) □안에 들어갈 수를 예상하고, 맞는지 확인하여 보시오. (3-나, p. 112)
- 번역문의 형식을 띠고 있는 문장제
(예) 23과 어떤 수의 합은 78과 같습니다. (2-가, 수학 p. 83)
- 후속 문제와 문제 해결의 관련성을 밝히기 어려운 후속 문제를 안내하는 문장제
(예) 민수가 숫자카드 2를 내면 연희가 4라고 답하고, 숫자카드 3을 내면 9라고 답하고, 숫자카드 8을 내면 10이라고 답하였습니다. 다음을 풀어 보시오. (4-가, p. 117)
- 문장제 형식에 의해 종속적으로 나타나서 그것만의 상황이나 가치를 독립적으로 파악할 수 없는 문장제
(예) 연희의 규칙은 무엇입니까? (4-가, p. 117)

따라서 본 연구에서 분석 대상으로 선정된 문장제의 수는 <표 1>과 같이 총 129문항이었으며, 문장제 유형의 빈도와 분포 분석에는 SPSS/PC Window용(ver 11) 프로그램과 Excel 2000 프로그램이 사용되었다.

〈표 1〉 학년별 분석 대상 문장제의 개수

단계 \ 개수	총 개수	제외된 수	분석 대상 수
1 나	10	0	10
2 가	16	5	11
2 나	19	0	19
3 나	11	1	10
4 가	22	13	9
4 나	26	7	19
5-가	25	4	21
5-나	11	1	10
6-가	14	3	11
6-나	15	5	10
합계	169	39	130

가. 구문론

구문론 측면에서는 문제의 길이, 자료 제시와 계산 순서, 불필요하거나 불충분한 수치 정보 포함 여부, 개방형 질문 포함 여부, 문제의 재진술 포함 여부, 문제의 복잡성을 중심으로 분석이 이루어졌으며, 그 결과는 다음과 같다.

1) 문제에 제시된 문장의 수

〈표 2〉에서 초등수학 교과서의 ‘문자와 식’ 영역에 제시된 문장제의 평균 문장수는 1학년은 2.8개, 2학년은 2.6개, 3학년은 1.9개, 4학년은 2.0개, 5학년은 2.9개, 6학년은 3.2개이고, 초등수학 전체 평균은 2.6개임을 알 수 있다.

〈표 2〉 학년별 문장제에 제시된 문장수

학년 \ 문장수(개)	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
1	0	0	1	9	1	0	11
2	2	13	9	12	15	5	56
3	8	16	0	5	4	9	42
4	0	1	0	2	8	5	16
5	0	0	0	0	2	1	3
6	0	0	0	0	1	1	2
계	10	30	10	28	31	21	130
평균 문장수(개)	2.8	2.6	1.9	2.0	2.9	3.2	2.6

1학년에서는 3개의 문장을 사용한 경우가 전체의 80.0%로 가장 많았고, 2학년은 3개의 문장을 사용한 경우가 전체의 53.3%로, 3학년은 2개의 문장을 사용한 경우가 전체의 90.0%, 4학년은 2개의 문장을 사용한 경우가 42.9%, 5학년은 2개의 문장을 사용한 경우가 48.4%, 6학년은 3개의 문장을 사용한 경우가 42.9%로 가장 많았으며, 초등학교 과정의 전체적으로는 2개의 문장을 사용한 경우가 전체의 43.1%로 가장 많음을 알 수 있다. 그리고 3, 4학년에 비해 1, 2학년의 평균 문장수가 상대적으로 많은 이유는 1, 2학년에 나타난 문장제는 각각의 문장을 하나씩 기술하고 있기 때문으로, 3, 4학년에 나타난 문장제의 경우는 연결 부사를 사용하여 2개 이상의 문장을 1개로 줄여 표현했기 때문이다. 그리고 5, 6학년이 되어야 5개 이상의 문장이 사용되고 있으며, 다른 학년에 비해 상대적으로 많은 문장수가 사용되고 있다. 이것은 1, 2학년에서 단순히 문장을 나누어 기술한 것과는 달리 고학년이 되면서 문장제의 난이도가 점차 높아짐에 따라 문제를 설명하기 위한 문장수가 증가하였음을 보여주는 것이다.

2) 자료 제시와 계산 순서의 일치 정도

<표 3>에서 초등수학 교과서의 ‘문자와 식’ 영역에 제시된 문장제 가운데 제시된 자료의 순서와 계산 순서가 일치되는 빈도는 1학년은 80.0%, 2학년은 63.3%, 3학년은 50%, 4학년은 57.1%, 5학년은 51.6%, 6학년은 28.6%로 나타났으며, 3학년을 제외하면 학년이 높아짐에 따라 일치 빈도가 대체적으로 낮아지고 있음을 알 수 있다.

〈표 3〉 학년별 문장제의 자료 제시와 계산 순서 일치 정도

학년 상황	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
일치	8	19	5	16	16	6	70
	80.0%	63.3%	50.0%	57.1%	51.6%	28.6%	53.8%
불일치	2	11	0	6	5	15	39
	20.0%	36.7%	0%	21.4%	16.1%	71.4%	30.0%
예외	0	0	5	6	10	0	21
	0%	0%	50.0%	21.4%	32.3%	0%	16.2%
계	10	30	10	28	31	21	130

한편 초등학교 학생들이 문제해결에서 어려움을 느낄 수 있는 제시된 자료의 순서와 계산 순서가 일치되지 않는 빈도는 1학년 20.0%, 2학년 36.7%, 3학년 0%, 4학년 21.4%, 5학년 16.1%, 6학년 71.4%로 나타났다. 1, 2학년에서 불일치 비율이 높은 것은 이들 학년이 사칙연산을 배워나가는 단계에 놓여 있으며 따라서 자료의 제시와 연산 순서 사이의 고려보다는 단순히 배운 연산을 연습하는데 문장제의 목적이 있기 때문으로 분석된다. 특이한 점은 3, 4,

5학년에서 자료 제시와 계산 순서 사이의 관계를 살펴보기 어려운 예외적인 문제가 있는데, 예를 들어 “지도에서 방위표를 보고, 다음과 같은 규칙으로 바둑돌을 놓았습니다. 13째 번에는 어느 쪽에 바둑돌을 놓아야 하는지 알아보시오.(3-나)”와 같은 문제에서는 자료에 포함된 수치가 1개인 경우이며, “다음 그림에는 직사각형이 모두 몇 개 있는지 알아보시오.(4-가)”와 같은 문제처럼 수치 정보가 포함되지 않은 경우는 자료 제시와 계산 순서 사이의 관계를 파악하기 어렵다. 이러한 예외 유형은 3학년 50.0%, 4학년 21.4%, 5학년 32.3%로 나타나며, 이는 1, 2학년에 비해 계산을 위한 자료 제시보다는 도형과 같은 영역의 문장제가 많이 제시되기 때문이다. 6학년에서는 예외적인 경우가 없었으며, 자료 제시와 계산 순서 사이의 불일치 비율이 71.4%로 높게 나타나고 있는데, 이것은 문장제의 난이도가 저학년에 비해 현저하게 높아졌음을 간접적으로 보여주는 것이다(6학년의 경우 1, 2학년과 달리 사칙연산의 단순 연습이 아니라 문장제의 구문론적 측면에서 자료의 제시와 계산 순서에서의 불일치가 나타나고 있으며, 이것은 문제해결에 결정적인 영향을 미칠 수 있다).

3) 불필요하거나 불충분한 수치 정보

〈표 4〉에서 학년별로 불필요하거나 불충분한 수치 정보를 포함하고 있는 정도를 살펴보면, 1학년은 0%, 2학년은 3.3%, 3학년은 0%, 4학년은 7.1%, 5학년은 6.5%, 6학년은 19.1%로, 3학년을 제외하면 학년이 높아지면서 그 비율이 대체적으로 증가하고 있음을 알 수 있다. 이 경우 저학년과 고학년을 나누어 비교하면, 1-3학년에 비해 4-6학년에 불필요하거나 불충분한 수치 정보를 포함하는 비율이 상대적으로 높게 나타나고 있음을 알 수 있으며, 특히 6학년에서는 19.1%로 가장 높게 나타났다. 초등수학 전체 평균은 6.9%로, 문장제에서 불필요하거나 불충분한 수치 정보가 사용되는 비율은 비교적 낮았는데, 이는 곧 초등학생들의 수준에 맞추어 문제 내에서 관련된 정보만을 제공하기 때문이다. 그러나 일상생활에서 해결해야 하는 문제는 대부분이 불필요하거나 불충분한 수치 정보들 속에서 필요한 것을 선별해야 한다는 점을 고려한다면, 4-6학년의 경우 초등수학 교과서 분석에서 나타난 이러한 비율에 대한 제고의 여지가 있어 보인다.

〈표 4〉 학년별 문장제에서 불필요하거나 불충분한 수치 정보 포함 정도

학년 상황	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
포함	0	1	0	2	2	4	9
	0%	3.3%	0%	7.1%	6.5%	19.1%	6.9%
불포함	10	29	10	26	29	17	121
	100%	96.7%	100%	92.9%	93.5%	80.9%	93.1%
계	10	30	10	28	31	21	130

4) 개방형 질문 포함

<표 5>에서는 학년별 문장제 가운데 개방형 질문을 포함하고 있는 정도를 살펴본 것으로, 1학년 0%, 2학년 0%, 3학년 0%, 4학년 3.6%, 5학년 9.7%, 6학년 0%로 나타났으며, 초등수학 전체에서 개방형 질문을 포함한 문장제는 평균 3.1%임을 알 수 있다.

〈표 5〉 학년별 문장제에서 개방형 질문 포함 정도

학년 상황	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
포함	0	0	0	1	3	0	4
	0%	0%	0%	3.6%	9.7%	0%	3.1%
불포함	10	30	10	27	28	21	126
	100%	100%	100%	96.4%	90.3%	100%	96.9%
계	10	30	10	28	31	21	130

1, 2, 3, 6학년의 경우 개방형 질문을 포함하는 문장제가 없었으며, 4, 5학년에서는 전체의 10%에 미치지 못하는 비율로 개방형 질문이 제시되고 있었다. 최근 개방형 질문의 필요성은 문제해결 능력을 비롯한 창의력과 같은 수학적 사고력을 기르기 위해서 증가되고 있으나, 그러나 본 연구의 결과 초등수학 교과서에 제시된 문장제의 경우 이러한 개방형 질문의 비율이 전체 평균 3.1%로 상당히 낮게 나타났으며, 이는 초등수학에서 개방형 질문에 대한 필요와 논의가 확대되어야 함을 보여준다.

5) 문제의 재진술 여부

문제의 재진술은 문제의 내용을 다시 묻는 질문을 일컫는 것인데, 이것은 주로 문제 자체가 아닌 하위 문제에 존재하므로 문제의 재진술 여부를 조사하기 위해서는 문장제에 포함된 하위 문제가 있는지를 먼저 알아보았으며(<표 6>), 그 결과에 따라 문장제에서 문제의 재진술 여부를 살펴보았다(<표 7>).

〈표 6〉 학년별 문장제에서 하위 문제 포함 정도

학년 하위문제포함	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
유	9	20	9	21	16	13	88
무	1	10	1	7	15	8	42
계	10	30	10	28	31	21	130

1학년은 10개 중 9개, 2학년은 30개 중 20개, 3학년은 10개 중 9개, 4학년은 28개 중 21개, 5학년은 31개 중 16개, 6학년은 21개 중 13개 총 130 문제 중 88개의 문제가 하위 문제를 포함하고 있었으며, 따라서 이들 88개 가운데 문제의 재진술 여부를 조사하였다. 이들 88개의 문장제 가운데 하위 문제 상황을 2개 이상 가진 문제들이 있었으므로 재진술 여부를 살펴볼 문장제의 총 개수는 111개였다.

〈표 7〉 하위 문제를 가진 문장제에서 문제의 재진술 포함 정도

학년 상황	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
포함	0	0	1	4	5	12	22
	0%	0%	8.3%	19.0%	23.8%	42.9%	19.8%
불포함	9	20	11	17	16	16	89
	100%	100%	91.7%	81.0%	76.2%	57.1%	80.2%
계	9	20	12	21	21	28	111

<표 7>에서 하위 문제를 가진 문장제에서 문제의 재진술 포함 정도는 1, 2학년은 0%, 3학년은 8.3%, 4학년은 19.0%, 5학년은 23.8%, 6학년은 42.9%로, 초등수학에서 학년이 올라갈수록 재진술을 포함하는 하위 문항을 가진 문장제의 비율이 높아지고 있음을 알 수 있다. 이는 저학년의 경우 단순한 형태로 문장제가 주어지는 반면, 고학년이 되면서 하위 문항을 갖는 문제로 그 진술이 복잡해지면서 동시에 문제의 재진술이 이루어지고 있기 때문이다.

6) 문제의 문법적 복잡성(Yngve 지수)

문장제에서 문법적 깊이를 따지는 문제의 복잡성 지수는 다음 <표 8>과 같다. 표에 따르면 학년별 문장제의 문법적 복잡성 지수는 1학년은 2.22, 2학년은 2.52, 3, 4학년은 2.48, 5학년은 2.62, 6학년은 2.83이었으며, 초등학교 전체 과정의 문제 복잡성 지수의 평균은 2.52로 나타났다. 문제의 복잡성 지수는 1학년에서 2.22로 문법적 측면에서 문제가 가장 덜 복잡하게 제시되어 있으며, 이에 비해 초등수학 6학년 단계의 복잡성 지수는 2.83으로 나타나 학년이 올라가면서 문제가 문법적인 측면에서 점점 복잡해지고 있음을 알 수 있다.

〈표 8〉 학년별 문장제에서 문제의 복잡성 지수

학년 상황	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	전체평균
Yngve 지수 평균값	2.22	2.52	2.48	2.48	2.62	2.83	2.52

표에서 보듯이, 2학년에서 급격하게 복잡성 지수가 높아진 것은 문제의 복잡성과 관련해서 1학년과 2학년 사이의 연계성을 재고해야 되겠지만, 2학년을 제외하고는 학년이 높아지면서 복잡성 지수가 점진적으로 커지고 있음을 알 수 있고, 이것은 저학년에 비해 고학년 언어영역에서 더 많은 문법적인 요소를 다루면서 자연스럽게 문제가 복잡해지고 있음을 보여주는 것이다.

나. 의미론

문장제 분석의 의미론적 측면에서는 연산 구조 여부, 문제의 단계, 연산의 종류, 연산의 유형이 검토되었으며, 그 결과는 다음과 같았다.

1) 연산 구조 여부

초등수학 문장제에서 중요한 요소는 연산 구조를 가지는가 여부이다. 이에 본 연구에서는 문장제를 연산 구조와 비연산 구조로 구분하여 분석하였으며, 결과는 <표 9>와 같았다.

<표 9> 학년별 문장제에서 연산 혹은 비연산 구조

학년 연산구조	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
연산	10	30	10	23	28	20	121
	100%	100%	100%	82.1%	90.3%	95.2%	93.1%
비연산	0	0	0	5	3	1	9
	0%	0%	0%	17.9%	9.7%	4.8%	6.9%
계	10	30	10	28	31	21	130

<표 9>에서 학년별로 문장제 가운데 연산 구조를 갖는 문장제는 1, 2, 3학년은 100%, 4학년은 82.1%, 5학년은 90.3%, 6학년은 95.2%였으며, 초등수학 전체 평균은 93.1%임을 알 수 있다. 또한 비연산 구조를 갖는 문장제는 1, 2, 3학년의 경우 제시되지 않았으나, 4학년은 17.9%, 5학년은 9.7%, 6학년은 4.8%였다. 특징적인 것은 저학년에 해당하는 1-3학년에서는 연산 구조를 갖는 문제만을 제시하고 있다는 점과, 4-6학년으로 학년이 높아지면서 비연산 구조의 문제가 제시되고 있는데 4학년이 가장 높고 5, 6학년이 되면서 다시 낮아지고 있다는 점이다.

2) 문제의 단계

문장제에서 연산의 단계는 연산 구조를 가진 문장제에서만 분석이 가능하므로 총 130개의 분석 대상 가운데 연산 구조를 가진 121개의 문장제에서 연산의 단계를 분석하였다.

〈표 10〉 학년별 문장제에서 나타난 연산의 단계

단계 \ 학년		1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
		9	22	0	0	0	0	31
1		90.0%	73.3%	0%	0%	0%	0%	25.6%
나 단 계	2	1	8	3	14	8	6	40
		10.0%	26.7%	30.0%	60.9%	28.6%	30.0%	33.1%
	3	0	0	0	0	5	7	12
		0%	0%	0%	0%	17.8%	35.0%	9.9%
	4	0	0	0	2	4	0	6
		0%	0%	0%	8.7%	14.3%	0%	5.0%
	5	0	0	0	0	1	0	1
		0%	0%	0%	0%	3.6%	0%	0.8%
판단하기 어려운 경우		0	0	7	7	10	7	31
		0%	0%	70.0%	30.4%	35.7%	35.0%	25.6%
계		10	30	10	23	28	20	121

〈표 10〉에서 연산 구조를 가진 문장제 가운데 학년별로 가장 빈도가 높은 단계는 1, 2학년에 서는 1단계, 3, 4, 5학년은 2단계이며, 6학년에서는 3단계였다. 3학년부터 나타난 예외적인 경우 (연산의 단계를 판단하기 어려운 경우)²⁾를 제외하면, 학년이 올라가면서 점차 연산의 단계가 많아지고 있음을 알 수 있다. 즉, 1, 2, 3학년에서는 2단계까지의 문제만 제시되지만, 4학년에서는 처음으로 4단계 문제가 제시되고 있으며, 5학년에서는 초등수학에서 가장 복잡한 단계인 5 단계의 연산 구조를 갖는 문제가 제시되고 있음을 알 수 있다. 특이한 점은 6학년에서 2단계와 3단계의 비율이 65%인데 비해 4, 5단계의 문제가 없다는 것이며, 표에서 보듯이 학년에 따른 연산의 단계를 고려한다면 6학년에서도 4, 5단계의 문제를 제시할 필요가 있어 보인다.

3) 연산의 종류

〈표 11〉의 연산의 종류에 대한 분석은 앞서 연산의 단계를 분석한 121개의 문장제에 대해서 문장제에 포함된 연산의 종류에 대해 알아보고자 한 것이다.

〈표 11〉 학년별 문장제의 연산 종류

학년		1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
연산종류	+	6	15	5	5	5	5	41
		60.0%	50.0%	50.0%	21.8%	17.8%	25.0%	33.9%
	-	4	9	0	1	0	0	14

2) 본 연구에서 연산의 단계를 분석하면서 그 판단이 어려운 경우는 “1에서 9까지의 수를 써 넣어, 가로, 세로의 세 수의 합이 모두 같게 하려고 합니다. 빈 칸에 들어갈 숫자를 알아보시오.(3-나)”처럼 결과를 예상하고 확인하면서 문제를 해결하는 경우 등을 말한다.

		40.0%	30.0%	0%	4.3%	0%	0%	11.6%
×		0	2	0	6	3	1	12
		0%	6.7%	0%	26.1%	10.7%	5.0%	9.9%
÷		0	0	0	0	0	0	0
		0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
혼 합 산	+, ×	0	1	4	6	15	9	35
		0%	3.3%	40.0%	26.1%	53.6%	45.0%	28.9%
	!,	0	3	1	1	1	0	6
		0%	10.0%	10.0%	4.3%	3.6%	0%	5.0%
	+, ÷	0	0	0	2	0	2	4
		0%	0%	0%	8.7%	0%	10.0%	3.3%
	-, ×	0	0	0	2	1	1	4
		0%	0%	0%	8.7%	3.6%	5.0%	3.3%
	, , ÷	0	0	0	0	2	0	2
		0%	0%	0%	0%	7.1%	0%	1.6%
	+, -, ×	0	0	0	0	1	2	3
		0%	0%	0%	0%	3.6%	10.0%	2.5%
계		10	30	10	23	28	20	121

<표 11>에서 학년별로 가장 많이 제시된 연산의 종류는 1, 2, 3학년에서는 덧셈(60%, 50%, 50%)인데 비해 4, 5, 6학년은 덧셈과 곱셈과 곱셈의 혼합산(26.1%, 53.6%, 45.0%)이 가장 많았으며, 초등학교 전 과정에서는 덧셈(33.9%)의 빈도가 가장 높음을 알 수 있다. 1학년에서는 덧셈과 뺄셈을 배우지만 혼합산은 제시되지 않았으며, 2학년부터 혼합산이 등장하여 3학년에서는 문장제 풀이의 연산 가운데 50%가 혼합산으로 구성되어 있다. 그리고 2, 3학년에서 제한적으로 다루어지던 혼합산(덧셈과 곱셈, 덧셈과 뺄셈)은 4학년이 되면서부터 다양한 혼합산으로 확대되고 있으며, 5, 6학년에서는 혼합산의 비중은 크지 않지만 3개 이상의 혼합산도 제시되고 있음을 알 수 있다. 연산의 종류와 관련해서 특이한 점은 초등수학 전 단계에서 나눗셈만을 요구하는 문장제는 찾아볼 수 없었는데, 이는 나눗셈의 연산이 곱셈의 역 연산으로 활용되거나 혼합산에 포함될 수 있기 때문으로 보인다.

4) 연산의 유형

<표 12>의 연산 유형 분석은 연산의 단계와 종류를 분석했던 121개의 문장제를 대상으로 하며, 하나의 문장제에 같은 연산이 여러 번 사용되어 두 개 이상의 연산 유형이 등장하는 경우에는 그 유형을 모두 분석하였기에 다음과 같이 총 185개의 연산이 분석의 대상이 되었다.

<표 12>에서 학년별로 가장 높은 비율을 나타낸 연산의 유형을 살펴보면 다음과 같다. 1학년에서는 덧셈에서 변화-첨가1, 뺄셈에서 비교1이 가장 많이 나타났으며, 2학년의 경우 덧셈에서는 변화-첨가2·변화-첨가3·부분-부분-전체1이 각각 같은 비율로, 뺄셈에서는 변화-제거1, 곱셈에서는 동수누가가 가장 많았다. 3학년은 덧셈에서는 기타유형이 가장 많았고, 뺄

셈은 비교3 유형만 있었으며, 곱셈에서는 동수누가와 기타가 같은 비율로 나타났다. 4학년은 덧셈에서는 기타가, 뺄셈에서는 변화-제거1·동화1·비교3이 각각 1번씩, 곱셈은 단위당량×단위수가 가장 많았으며, 나눗셈에서는 포함제만 제시되었다. 5학년에서는 덧셈에서는 부분-부분-전체4, 뺄셈에서는 변화-제거3, 곱셈에서는 기타가 가장 많았고, 나눗셈은 등분제와 포함제가 각각 1개씩 제시되었다. 6학년에서는 덧셈은 부분-부분-전체4, 뺄셈에서는 변화-제거3, 곱셈에서는 단위당량×단위수, 나눗셈에서는 포함제가 가장 많았다.

초등수학 전 단계에서는 덧셈에서 기타 유형³⁾이, 뺄셈에서는 번호-제거1, 곱셈에서는 단위당량×단위수, 나눗셈에서는 포함제가 가장 많았다. 뺄셈의 경우 변화-제거 유형이 동화나 비교 유형보다 많았고, 그 중 동화 유형은 4학년에서의 1번을 제외하고는 제시되지 않고 있다. 곱셈에서는 단위당량×단위수, 동수누가의 유형이 비율, 배, 곱집합 유형보다 많이 제시되고 있으며, 곱집합 유형은 한 번도 제시되지 않고 있으며, 나눗셈은 포함제가 등분제보다 많이 제시되고 있었다. 이처럼 초등수학의 문장제에서 사용되는 연산의 유형은 각 연산별로 특정 유형에 제한되어 제시되는 경향을 띠고 있음을 알 수 있으며, 따라서 문장제에서 다양한 유형의 연산을 경험할 수 있도록 이러한 부분에 대한 개선이 요구된다.

〈표 12〉 학년별 문장제의 연산 유형

연산 종류	학년 연산유형	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
+	1.변화-첨가1	4	2	2	2	3	1	14
	2.변화-첨가2	1	4	0	0	0	0	5
	3.변화-첨가3	0	4	0	0	1	2	7
	4.부분-부분-전체1	0	4	0	3	2	0	9
	5.부분-부분-전체2	1	2	0	2	0	2	7
	6.부분-부분-전체3	0	0	0	0	2	3	5
	7.부분-부분-전체4	0	3	1	0	6	7	17
	8.기타	0	1	7	8	11	5	32
-	1.변화-제거1	1	4	0	1	1	0	7
	2.변화-제거2	1	3	0	0	0	0	4
	3.변화-제거3	0	1	0	0	2	2	5
	4.동화1	0	0	0	1	0	0	1
	5.동화2	0	0	0	0	0	0	0
	6.동화3	0	0	0	0	0	0	0
	7.비교1	2	1	0	0	1	1	5
	8.비교2	0	0	0	0	0	0	0
	9.비교3	0	2	1	1	0	0	4
	10.기타	0	0	0	1	1	0	2

3) 초등수학 전 단계에서 특히 3-5학년의 덧셈에서 기타 유형이 많은 것은 문장제 상황 속에서 연산보다는 수학적 지시에 의한 덧셈 연산이 많기 때문이다.

×	1.동수누가	0	2	2	3	4	0	11
	2.단위량×단위수	0	1	0	7	3	8	19
	3.배	0	0	0	1	1	1	3
	4.곱집합	0	0	0	0	0	0	0
	5.비율	0	0	0	0	3	5	8
	6.기타	0	0	2	3	9	0	14
÷	1.등분제	0	0	0	0	1	0	1
	2.포함제	0	0	0	2	1	2	5
	3.기타	0	0	0	0	0	0	0
계		10	34	15	35	52	39	185

다. 소재

1) 소재의 종류

소재는 실생활 소재와 수학적 소재로 분류하여 분석하였다. 총 130개의 문장제 가운데 실생활 소재만 사용한 것은 119개, 수학적 소재만 사용한 것은 10개였으며, 실생활 소재와 수학적 소재를 함께 사용한 것은 1개로 나타났다. 이처럼 문장제에서 실생활 소재를 주로 다루고 있는 것은 초등수학에서 문장제를 실생활 속에서의 문제해결과 연결시키려는 의도에서 비롯된 것으로 볼 수 있으나, 한편 실생활 소재와 수학적 소재를 함께 사용함으로써 이 둘 사이의 연결을 더욱 도모할 수 있다는 점을 고려한다면 이 경우가 1개에 그치고 있는 것은 재고의 여지가 필요해 보인다. <표 13>에서 실생활 관련 소재를 장소·동식물·놀이·사람·물건·과일·학용품·군것질·장난감·기타 등의 범주로 분류해 본 결과, 대부분이 학생들이 주변에서 접할 수 있는 소재들을 사용하고 있으며, 수학적 소재 역시 수학 수업 시간에 사용된 것들이 주로 사용되고 있었다. 그러나 한 범주 내에서 같은 소재가 여러 학년에 중복되어 활용될 경우, 그리고 평범한 소재들이 사용될 경우 이러한 소재들이 학생들의 흥미와 호기심을 이끌어내는데 충분한가 혹은 이들 사이에 어떠한 관련성이 있는가에 대해서는 더욱 논의가 필요해 보인다.

〈표 13〉 학년별 문장제에서 사용된 소재의 종류

* 괄호 안은 빈도수

학년		1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년
소재종류		공원 놀이터 연못 목장	운동장, 담장 주차장, 과수원 분방구점 선불의 집 놀이터		말전소	연못 공장	과수원 분방구점 서전 시장 반
	장소						

	동식물	비둘기, 강아지 도끼(2) 오리, 제비 참새, 꽃소	비둘기 열대어 암탉 수탉			물고기 코알라 연꽃	배추 무 고추
	놀이	미끄럼틀 시소, 그네	카드		축구팀 축구경기		
	사람	학생 친구	동생(2) 남자어린이(2) 여자어린이(2) 이웃집, 아미지 친구, 앞집, 언니	선생님	선생님 짝, 형 동생(2) 사람, 학생 오빠	어머니 학생 형(2) 삼촌 아버지, 동생	학생 어머니 학급대표
실 생 활 관 련 소 재	물건	집 접받침 상자	절시 바구니(2) 여행 자신냄비 돈(2)/동전(2) 자동차 자동차판매기 봉지(2) 게임팩	시계(2) 지도 방위표 달력 냉장고	꽃그림 우표 주머니 미스, 승용차 봉나부 습 재활용품 현종이, 제생비누 자전거 따뜻한 물, 찬 물 수도꼭지	나무, 돈 싱냥개비 다트판, 과녁 동전(2), 실(2) 승용차 오토바이, 마퀴수 형집, 방석 천사 두발자전거 세발자전거 주머니(2) 양팔지울, 분동	돈 용돈 시계 주머니 공 탁자 플로피디스크 쇠막대 돈(2) 생일선물 저금
	과일	사과	사과, 복숭아 배, 감				사과(2) 배
	화용품	필통 색인필	필통 연필(2) 동화책(2) 색종이 학급문고 지우개	사 칠판(2) 수화책	알림판 색데이프 공책 연필	동화책, 잡지 반화책, 사진 공책 연필 지우개 책(2) 가위(2) 종이조각	연필(2) 지우개 위인전 동화책(2) 공책(2)
	균것질		사탕, 주스, 빵		음료수	피자	
	장난감		종이비행기 구슬 과녁 고리		구슬(2) 인형	숫자카드	쇠구슬 유리구슬 숫자카드
	기타		분단 간식시간 나이 구슬치기 과녁맞히기 고리던지기	요인 바둑돌(2) 문제(2) 숫자판(2) 쪽수	운동회날 요인 바둑돌(3) 박수소리 리듬악기소리 미술시간 나이(2) 강강술래	계단놀이 계단번호 쪽수 반/낮 수학공부 오복놀이 경기 가위바위보(2)	오전/오후 회의 대도시 방향일수 용량 반 말야구대회 경기

				이김/점 점학 시간 걸기	이김/점 씨름 나이(2) 계단	
순수 수학적 소재			수 숫자	직사각형 정사각형 넓적(2) 숫자(2)	원, 점(2) 선분, 직선 삼각형 변, 수 번호	직사각형 틀레 가로 세로

2) 타교과와의 통합 여부

총 130개의 문장제 가운데 타교과와의 통합을 시도한 경우는 4학년에 박수 소리와 리듬 악기 소리의 규칙을 찾는 음악 교과와 관련된 2문제가 전부였다. 경우에 따라서는 타교과와 관련된 상황을 사용(체육의 달리기, 축구 시험, 강강술래 등)하고 있지만, 이것은 소재로만 사용되었을 뿐 타교과와의 통합으로 보기는 어려웠으며, 따라서 문장제에서 타교과와의 다양한 통합을 통해 학생들의 흥미와 호기심을 이끌어내는 것이 필요해 보인다.

라. 문제 해결 전략

문장제의 문제해결 전략 분석은 Lenchner에 의해 제시된 12가지 유형에 따라 이루어졌으며, 하나의 문장제에서 2개 이상의 전략을 사용한 경우를 포함해서 분석된 전략은 모두 165개였다.

〈표 14〉 학년별 문장제에서 사용된 문제 해결 전략의 종류

학년 종류	1학년	2학년	3학년	4학년	5학년	6학년	계
①	0	0	0	1	4	7	12
	0%	0%	0%	3.1%	9.5%	16.7%	7.3%
②	0	0	5	7	6	2	20
	0%	0%	45.5%	21.9%	14.3%	4.8%	12.1%
③	0	0	0	2	1	0	3
	0%	0%	0%	6.2%	2.4%	0%	1.8%
④	0	4	0	9	6	7	26
	0%	14.3%	0%	28.1%	14.3%	16.7%	15.8%
⑤	0	0	0	3	4	2	9
	0%	0%	0%	9.4%	9.5%	4.8%	5.5%
⑥	0	0	6	7	11	9	33
	0%	0%	54.5%	21.9%	26.2%	21.4%	20.0%
⑦	0	0	0	0	0	0	0
	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

⑧	10	10	0	0	3	0	23
	100.0%	35.7%	0%	0%	7.1%	0%	2.4%
⑨	0	3	0	1	3	5	12
	0%	10.7%	0%	3.1%	7.1%	11.9%	7.3%
⑩	0	11	0	2	2	7	22
	0%	39.3%	0%	6.2%	4.8%	16.7%	13.3%
⑪	0	0	0	0	2	3	5
	0%	0%	0%	0%	4.8%	7.1%	3.0%
⑫	0	0	0	0	0	0	0
	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
계	10	28	11	32	42	42	165

(① 그림 그리기, ② 규칙성 찾기, ③ 목록표 만들기, ④ 표 만들기, ⑤ 단순화하기, ⑥ 시행착오 겪기, ⑦ 실험하기, ⑧ 실제로 행하여 보기, ⑨ 거꾸로 풀기, ⑩ 식 세워서 풀기, ⑪ 연역적으로 추론하여 풀기, ⑫ 관점을 바꾸어 생각하여 풀기)

<표 14>에서 학년별로 가장 많이 나타난 문제해결 전략을 살펴보면, 1학년은 ⑧(90.0%), 2학년은 ⑩(39.3%), 3학년은 ⑥(54.5%), 4학년은 ④(28.1%), 5학년은 ⑥(26.2%), 6학년도 ⑥(21.4%) 전략이고, 초등수학 전 단계에서는 ⑥ ‘시행착오 겪기’ 전략(20.0%)이 가장 많이 나타나고 있음을 알 수 있다. 특이한 점은 1, 2학년에서는 주로 ⑧ 전략이 사용되고 있는데, 이 전략은 도구를 실제로 조작한 다음 그 과정이나 결과를 통해 식을 세워서 문제를 해결하는 것이었다. 1-3학년에서는 단계적으로 문제해결 전략을 소개하고 있기에 특정한 전략에 치중하여 문장제가 제시되고 있었지만, 반면 4-6학년에서는 앞서 학습한 전략들을 한데 묶어서 다루고 있기에 여러 가지 전략들이 함께 제시되고 있음을 알 수 있다.

IV. 요약 및 제언

본 연구에서는 초등학교 수학과 교과서에 제시된 문장제 가운데 ‘문자와 식’ 영역의 문장제를 중심으로 그 유형을 분석해 보는 것을 목적으로 하였다. 연구 대상은 초등학교 7차 교육과정 수학 교과서 1-가부터 6-나의 ‘문자와 식’ 영역에 나타난 문장제로, 여기서 문장제는 ‘문제 해결의 단서를 포함하고 있으며, 수학적 상황 속에 나타난 특정 소재가 언어에 의해 진술된 문제’로 제한하였다. 따라서 수학 교과서 문자와 식 영역에 나타난 169개의 문장제 가운데 39개를 제외한 130개를 연구의 대상으로 하였다.

연구 방법으로는 여러 선행연구 가운데 김진숙(1998)의 연구를 원용하여 구문론, 의미론, 소재, 문제 해결 전략으로 분석의 틀을 나누고 130개의 문장제에 대해 <부록>에 제시한 것과 같은 방법으로 분석이 이루어졌다. 구문론에서는 문제에 제시된 문장의 수를 비롯하여

자료의 제시와 계산 순서의 일치 정도, 불필요하거나 불충분한 수치 정보 포함 여부, 개방형 질문 포함 여부, 문제의 재진술 포함 여부, 문제의 문법적 복잡성(Yngve 지수)을 분석하였으며, 의미론의 경우 연산구조 여부, 다단계 문제 여부, 연산의 종류, 연산의 유형에 대해 분석하였다. 소재는 실생활 소재와 수학적 소재로 구분하였으며, 타 교과와의 통합 여부도 살펴 보았다. 문장제에 적용된 문제해결 전략은 Lenchner에 의해 분류된 12가지 유형별 전략을 기준으로 하여 분석이 이루어졌다.

본 연구의 결과는 다음과 같이 요약할 수 있다. 먼저 구문론의 관점에서 살펴볼 때, 초등 수학에서 ‘문자와 식’에 제시된 문장제의 평균 문장의 수는 2.6개로 2개의 문장을 사용한 경우가 전체의 43.1%로 가장 많았으며, 자료 제시와 계산 순서의 불일치 된 문장제는 전체의 30.0%로 나타났으며, 불필요하거나 불충분한 수치 정보를 포함하는 문장제는 전체에서 6.9%에 그쳤지만 6학년의 경우 19.1%로 전반적으로 학년이 높아지면서 구문론적 측면에서 다양한 요소가 등장하고 있음을 알 수 있었다. 또한 문제의 재진술 여부는 하위 문제를 포함하고 있는 88개의 문장제 가운데 19.8%로 나타났으며, 문제의 문법적 복잡성 지수에서는 1학년(2.22)에서 6학년(2.83)으로 가면서 그 값이 높아지고 있음을 알 수 있었다. 반면 개방형 질문을 포함하는 문장제는 전체에서 3.1%의 낮은 비율이었으며, 특히 1, 2, 3, 6학년에서는 전혀 제시되지 않았는데 이러한 점은 차후 논의가 필요해 보인다.

다음으로 의미론의 관점에서는 연산 구조의 문장제는 93.1%로 비연산 구조의 문장제보다 월등히 높은 비율로 나타났다. 문제의 단계는 연산 구조를 가진 121개의 문장제 가운데 1단계는 25.6%, 2단계는 33.1%, 3단계는 9.9%, 4단계는 5.0%, 5단계는 0.8%, 그 단계를 판단하기 어려운 경우는 25.6%였으며, 전체에서는 2단계의 문제가 가장 많았다. 연산의 종류는 사칙연산 가운데 덧셈이 33.9%로 가장 높은 비율로 제시되었고, 혼합산 중에서는 덧셈과 곱셈의 혼합산이 28.9%로 나타났다. 연산의 유형은 덧셈은 기타 유형이, 뺄셈은 변화-제거1 유형이, 곱셈은 단위당 양 \times 단위수의 유형이, 나눗셈은 포함제가 가장 높은 빈도로 제시되고 있었다.

소재에서는 130개의 문장제 가운데 실생활 소재만 사용한 것은 119개, 수학적 소재만 사용한 것은 10개, 실생활 소재와 수학적 소재를 같이 사용한 것이 1개였다. 실생활 소재 역시 학생들의 주변 소재를 활용했으나 학생들의 관심과 호기심을 충족시키는가에 대한 논의가 필요해 보였다. 특히 타교과와의 통합이 시도된 문장제는 4학년 교과에서 음악과의 통합을 시도한 2개뿐이었으며, 이것 역시 점차적으로 모든 학년에서 다양한 교과와의 통합이 시도될 필요성이 있어 보였다. 문제해결 전략에서는 Lenchner의 12가지 유형 가운데 ‘시행착오 겪기’ 유형이 전체의 20.0%로 가장 높은 비율이었다. 1-3학년에서는 특정한 전략이 소개되고 있었으며, 4-6학년의 경우는 이러한 여러 가지 전략이 함께 사용되고 있음을 알 수 있었다.

이러한 연구의 결과로부터 다음과 같은 세 가지 제안을 이끌어낼 수 있다.

첫째, 교과서에 제시된 문장제는 대체적으로 저학년(1-3학년)보다 고학년(4-6학년)에서 문

제해결에 어려움을 느낄 수 있는 조건들을 많이 포함하고 있었다. 그러나 자료제시와 계산 순서의 일치 정도와 불필요하거나 불충분한 수치 자료의 포함여부와 같은 항목에서 특히 초등학교 3학년에서 나타나는 예외적인 경우는 본 연구에서 제시한 설명과 함께 보다 면밀한 분석이 요구되어 보인다. 또한 구문론적인 측면에서 개방형 질문의 포함 여부에 대한 논의와, 의미론적인 측면에서 비연산 구조를 포함하는 경우가 고려되어야 하는가 그리고 연산 구조에서는 어떠한 연산의 종류 및 유형이 어떤 비율로 제시되어야 하는가 등은 연구과제로 생각해볼 수 있을 것이다. 또한 소재 측면에서 적절한 소재 제시 및 타교과와의 통합 시도를 후속 연구의 과제로 생각해볼 수 있으며, 문제해결 전략에서도 4·6학년에서 특정 전략의 편중 보다는 어떠한 전략이 더욱 요구되는지에 대한 논의가 계속되어야 할 것이다.

둘째, 본 연구를 통해 초등수학에서 저학년과 고학년 사이의 차이 및 연계성에 대한 논의가 후속 연구에서 다루어질 수 있을 것이다. 본 연구에서도 1·3학년인 저학년과 4·6학년인 고학년의 교과서에 제시된 문장제의 유형에서 뚜렷한 차이를 발견할 수 있었다. 예를 들어, 구문론의 경우 고학년에서는 불필요한 정보를 포함하거나 개방형 질문을 포함한 문장제의 비율이 저학년보다 높게 나타났으며, 의미론의 경우 고학년에서는 저학년에서는 전혀 제시되지 않는 비연산 구조의 문제가 일부 제시되었으며, 연산의 종류와 유형도 다양하게 제시되고 있었다. 따라서 후속 연구에서는 본 연구를 바탕으로 하여 초등수학에서 각 영역에서 또는 각 주제에서 저학년과 고학년 사이의 연결이 어떻게 이루어지고 있으며, 그 간격이 적절한지 등에 대한 연구가 심도 깊게 논의되어야 할 것이다.

셋째, 후속 연구를 통해 문장제 유형에 따른 학생들의 문제해결 능력 차이를 분석해 볼 수 있을 것이다. 즉, 본 연구에서 분석한 문장제 유형을 초등학교 학생들에게 제시하여 유형별 문장제와 학생들의 성취도 수준 사이의 관계를 살펴볼 수 있을 것이다. 예컨대, 문장제 유형에 따른 문제해결 능력 차이에서 교과서에서 자주 접한 유형의 문제에서 문제해결 능력이 과연 높게 나타나는가, 구문론에서 자료제시와 연산순서의 차이 그리고 불필요하거나 불충분한 수치 정보를 포함하는 경우 문제해결 능력과 어떤 관련이 있는가, 혹은 문제의 문법적 복잡성과 연산의 구조, 단계, 유형 차이는 문제해결 능력에 어떠한 영향을 미치는가 등의 문제 제기가 가능할 것이다.

마지막으로 본 연구는 초등수학의 영역 가운데 ‘문자와 식’에 초점을 두고 문장제 유형에 대한 분석이 이루어진 것으로, 연구의 결과에서 도출해낸 위의 제안은 ‘문자와 식’ 영역에 제한되어 있다. 따라서 본 연구의 결과를 토대로 초등수학 전 영역에서 제시된 문장제에 대한 분석이 요구되며 그 결과를 영역별로 비교하면서 문장제의 학습과 지도에 관한 논의를 생각해볼 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 교육인적자원부(2004). **수학 1-나, 수학 2-가·나, 수학 3-나, 수학 4-가·나, 수학 5-가·나, 수학 6-가·나 교과서**. 서울: 대한교과서.
- 교육부(1999). **초등학교 교육과정 해설(Ⅳ)**. 서울: 대한교과서.
- 강석호 외 6인(1985). **수학교육**. 서울: 동명사.
- 김정철(1995). 덧셈·뺄셈 문장제 지도를 위한 이론적 고찰. **학생생활연구**, 21. 서울교육대학교 학생생활연구소.
- 김동우(1996). **문제의 제시 방법에 따른 6학년 아동의 문장제 해결력 수준 분석**. 석사학위논문, 한국교원대학교 교육대학원.
- 김민경(2004). 현실적인 문장제에 관한 초등학생의 반응 분석. **학교수학**, 6(2).
- 김성희(2004). **초등학교 수학 교과서 문장의 난이도 분석**. 석사학위논문, 서울교육대학교.
- 김진숙(1998). **초등학교 수학교과서 문장제에 대한 문제해결 관점에서의 연구**. 박사학위논문, 이화여자대학교.
- 김진호(2003). 학교수준에서의 수학적 창의성에 대한 논의: 새로운 수학적 지식의 생성이라는 관점에서. **교육과학연구**, 34(2).
- 노현옥(2004). **초등학교 수학 교과서에 나오는 자연수의 사칙 연산 문장제 분석**. 석사학위논문, 진주교육대학교.
- 박성택 외 4인(1999). **초등수학교육론**. 서울: 동명사.
- 석경희(2004). **초등 수학 문장제 해결 과정에 나타나는 오류 분석**. 석사학위논문, 서울교육대학교.
- 장혜원(2002). 덧셈 문장제에서 대상의 동질성과 상황의 다양성에 대한 소고. **수학교육학연구**, 12(1).
- 전은미(2002). **아동의 수학 문장제 이해 방법과 문제 해결 능력 사이의 관계**. 석사학위논문, 서울교육대학교.
- 조영신(2000). **문장제의 도식화 및 변안 지도를 통한 문제 해결 능력 신장 방안**. 석사학위논문, 부산교육대학교.
- 최미숙(2004). **초등학교 문장제 이해능력 신장을 위한 지도전략 연구**. 석사학위논문, 경인교육대학교.
- 현종익(1996). **수학과 교수학습방법 탐구**. 서울: 학문사.
- _____(1999). **7차 교육과정을 반영한 초등수학교육론**. 서울: 학문사.

• 논문접수 : 2005년 4월 15일 / 수정본 접수 : 2005년 5월 17일 / 게재 승인 : 2005년 6월 2일

ABSTRACT

Analysis on word problems of elementary mathematics textbooks - focusing on syntax and semantics -

Sung-Joon Kim(Professor, Busan National University of Education)

Han-Na Kim(Teacher, Bum-Il Elementary School)

Today importance of word problems in school mathematics increase as mathematics which is applicable to real life is emphasized. Therefore elementary mathematics textbooks include various word problems. In this paper, we restrict to word problems in 'letters and expressions' domains of elementary mathematics textbooks and analyse word problems types. Firstly we make the analysis frame composed of syntax, semantics, material, and problem solving strategy. On syntax aspects, number of sentences in word problem, identification between order of data presentation and order of operation, inclusion of unnecessary or insufficient data, open sentence questions, Yngve index(degree of grammatic complexity of word problems) etc. are included. On semantics aspects, existence of operations, steps of problems, kinds and types of operations are investigated. Analysis of materials in word problems are separated into real-life and mathematics material and problem solving strategy is analysed as Lenchner's twelve strategies.

As a result of this analysis, there is as followings. Firstly on syntax aspects, average number of sentences in word problem is 2.6(43.1%), percentage of disagreement between order of data presentation and order of operation is 30%. Degree of inclusion of unnecessary or insufficient data is comparatively low, but in 6th-grade is about 20%. Also Yngve index is increasing from 1st grade(2.22) to 6th grade(2.83). In this way variety and complexity in syntax aspects increase as grades goes. Next on semantics, operation structured word problem is far more than non-operation structured word problem(93.1%;6.9%). In the steps of operations, ratio of 2-step problems is high(33.1%). In kinds of operations, addition is most presented(33.9%). Results of semantic analysis is similar on syntax characteristics, namely general tendency is complex and needs high level thinking as grades goes. Analysis of materials shows that real-life materials is mainly used in word

problems. On the other hand, the connection of other subject is nearly handled. In the case of strategies, 'trial-and-error' is most appeared(20%).

Based on these analysis, we concluded as followings. : degree of difficulty which students is confronted with word problems in elementary mathematics textbooks is gradually high as syntactic and semantic conditions are complicated. Finally we proposed that connection between low-grades(1~3 grades) and high-grades(4~6 grades) is developed and relation between kinds of word problems and student's problem solving ability is analysed in succeed studies.

Key Words : elementary mathematics, textbooks, word problem, syntax, semantics, material, problem solving strategy