

초등학교 쌓기나무 단원 지도 방안 탐색

- 우리나라 초등학교 교과서와 미국의 MiC 교과서 비교 -

정영옥
(진주교육대학교 교수)

《요약》

본 논문은 제 7차 교육과정의 도형 영역에 새롭게 도입된 공간 감각 신장을 위한 쌓기나무 단원의 지도 의의를 탐색해 보고, 이러한 의의에 비추어 볼 때 쌓기나무 단원을 좀더 풍부하게 지도하기 위한 교육적 시사점을 도출하는 데 그 목적이 있다. 이를 위해 우선 쌓기나무 단원과 공간 감각의 관련성을 살펴보고, 쌓기나무 단원은 이후의 수학과는 어떤 관련이 있는지를 알아본 후에, 우리나라의 초등학교 수학교과서와 미국의 Mathematics in Context 교과서의 쌓기나무 관련 단원의 내용을 살펴보면, 쌓기나무 단원 지도에서 좀더 고려할 점들을 논하였다. 이를 살펴보면 쌓기나무 단원 지도를 위해서는 공간 시각화 능력뿐만 아니라 공간 방향 능력을 신장하기 위한 내용을 다양하게 다루고, 이 단원을 통해 다룰 수 있는 좀더 도전적인 공간 추론 활동을 제공하며, 이 단원과 관련된 수학이 어떻게 발생되고 현재 어떻게 응용되는지와 관련해서 다양한 맥락을 제시하는 것이 바람직하다는 것이다.

주제어 : 쌓기나무, 공간 감각, 공간 시각화, 공간 방향, 화법기하학, 맥락, 공간 추론

1. 서론

초등학교와 관련해서 제 7차 교육과정에 새롭게 도입된 내용은 여러 가지가 있는데, 도형 영역에는 공간 감각이 이에 해당된다. Hershkowitz(1990)에 의하면 기하를 가르치는 데는 두 가지의 관점이 있으며, 하나는 기하를 공간에 대한 탐색으로 보는 것이고, 다른 하나는 기하를 논리적 구조로 보는 것이다. 이러한 두 측면은 서로 관련이 있는데, 논리적 구조로서의 기하를 학습하는 데는 공간에 대한 탐색으로서의 기하가 중요한 역할을 할 수 있기 때문이다.

세계적으로 보면 전통적인 교육과정에서 도형 영역과 관련하여 지도해 오던 내용은 논리

적 구조로서의 기하 체계의 일부분이라고 할 수 있는 도형에 관련된 내용이었지만, 최근에는 기하 체계뿐만 아니라 공간 감각을 더욱 강조하고 있다. Kennedy, Tipps & Johnson(2004)에 의하면 이전에는 공간 감각은 아이들이 학교에 입학하기 전에 자연스럽게 발달하는 것으로 생각하였고, 그 이후의 기하 학습을 하기 위해 중요한 기능으로 보지도 않았을 뿐 아니라 혹시 중요성을 인식하였다 하더라도 공간 감각을 발달시킬 수 있는 적절한 방법에 대한 연구가 거의 없었다. 그러나 Hershkowitz(1990)에 의하면 1980년대 이후로 삼차원 물체를 이차원으로 표현하거나 이차원 표현을 삼차원으로 표현하는 것과 관련하여 학생들이 겪는 어려움이나 이러한 능력에 미치는 영향에 대한 연구들이 계속되어 왔고, Clements & Battista(1992)와 같이 공간 감각 기능을 향상시킬 수 있는 활동을 제공해 주는 연구들도 있으며, 최근에는 컴퓨터의 발달이 이러한 기능을 더욱 강화할 수 있는 도구를 제공해 주고 있다. 이러한 연구 결과들에 의해 전 세계적으로 공간 감각이 초등학교 교육과정에서 도형 영역의 중요한 부분으로 자리잡아가고 있다.

이에 따라 제 7차 교육과정에서 공간 감각과 관련하여 새롭게 도입된 내용 중 하나가 쌍기나무 단원이다. 공간 감각이 수학의 한 내용으로 새로운 것과 마찬가지로 공간 감각을 신장하기 위한 쌍기나무 단원 또한 지도할 내용으로는 새로운 것이다. 따라서 한편으로는 쌍기나무 단원의 지도 의의를 파악하는 것이 중요하며, 다른 한편으로는 이를 풍부하고 의미 있게 지도하는 방법이 무엇인가에 대해 생각해 보는 것도 중요하다.

본 논문은 이러한 관점에 따라 우리나라 초등학교 과정에서 새롭게 도입된 쌍기나무 단원의 지도 의의를 탐색해 보고, 이를 기초로 학생들에게 쌍기나무 단원을 좀더 풍부하게 지도하기 위한 교육적 시사점을 도출하는 데 그 목적이 있다. 이를 위해 우선 공간 감각의 의미를 살펴보고, 이와 관련하여 쌍기나무 단원과 관련된 공간 감각은 무엇인지 그리고 이후의 수학과는 어떤 관련이 있는지를 알아봄으로써 쌍기나무 단원의 지도 의의에 대해 생각해 보며, 이러한 의의에 비추어 우리나라 교과서와 미국의 Mathematics in Context 교과서의 쌍기나무 관련 단원의 내용을 살펴봄으로써 쌍기나무 단원을 좀더 풍부하게 지도하기 위해 고려할 점을 생각해 보고자 한다.

Ⅱ. 쌍기나무 단원의 지도 의의 탐색

이 장에서는 쌍기나무 단원이 최근에 강조되고 있는 공간 감각과는 어떤 관련성이 있으며, 이와 관련된 수학의 발생 맥락과 학생들이 중요하게 경험해야 할 부분이 무엇인지 알아봄으로써 이 단원을 지도하는 의의가 무엇인지를 생각해 보고자 한다. 이를 위해서 우선 공

간 감각의 의미가 무엇인지를 살펴보고, 쌓기나무 단원과 공간 감각의 관련성, 쌓기나무 단원과 수학의 관련성을 알아보고자 한다.

1. 쌓기나무 단원과 공간 감각의 관련성

이 절에서는 공간 감각의 의미를 먼저 살펴본 후에 쌓기나무 단원과 공간 감각은 어떤 관련성이 있는지 알아보고자 한다.

가. 공간 감각의 의미

공간 감각은 우리가 살아 숨쉬는 공간에 대한 직관적 감각이라 할 수 있다. 이에 대해 Freudenthal(1973)은 ‘기하 교육의 목표는 단순히 도형에 대한 탐구만이 아니라 학생들이 이 세상에서 더 풍요롭게 생활하고, 호흡하며, 활동하기 위해, 알아야 하고, 탐구하고, 정복해야 할 공간에 대한 파악’이라고 하면서 공간 감각의 중요성을 강조하고 있다. 또한 NCTM(2000)에서는 공간에 대한 이해는 본질적으로 기하학적인 우리의 세계를 해석하고, 이해하고, 음미하는 데 필요함을 강조한다.

한편 Hershkowitz(1990), Clements(1999), Kennedy, Tipps & Johnson(2004) 등에 의하면 우수한 공간 감각을 가진 학생들이 수학에서 더 우수한 성취를 보인다는 연구들도 있다. 공간 감각을 구성하는 요소에 대해서는 여러 견해가 있지만, Clements(1999)에 의하면 공간 감각을 갖기 위해서는 크게 두 가지의 능력, 즉 공간 방향 능력과 공간 시각화 능력이 필요하다¹⁾. 이러한 능력은 서로 공통 부분이 많지만, 여기서는 두 가지로 구분하여 살펴보고자 한다.

1) 공간 시각화 능력

공간 시각화 능력은 공간의 대상, 관계, 변환에 대한 정신적 표상을 구성하고 조작하는 능력이라고 할 수 있다(Wheatley, 1990; Clements & Battista, 1992; Clements, 1999). 이는 상상에 의해 정신적으로 조작하는 능력을 궁극적인 목표로 하겠지만, 구체물을 가지고 물리적으로 조작하는 능력도 포함한다. 이 때 정신적 표상은 단순히 머리 속에 있는 그림이나 사진은 아니다. Clements(1999)에 의하면 이는 사진보다는 추상적이며, 전성이 있고 유연하며, 몇 개의 부분으로 분해될 수도 있다. 또한 정적인 표상도 있지만 동적인 표상도 있다. 예를 들면 우리는 머리 속에 도형을 표상으로 기억하기도 하고, 도형을 떠올리기도 하지만, 도형을 변환하기도 하고, 입체도형과 같은 것을 절단할 수도 있으며, 이차원 모양을 조합해서 삼차원 모양을 구성할 수도 있다. 이러한 시각화의 중요성에 대해 Fischbein(1987)은 시각적 이미지

1) 공간 감각을 공간 시각화와 같게 생각하는 연구자(예를 들면 Kennedy, Tipps & Johnson, 2004)도 있지만, 본 논문에서는 Clements의 관점을 따른다.

에 따라 생각하며 시각적으로 상상할 수 없다면 정신적으로 인식하는 것은 어렵다는 것을 강조하였고, Herschkowitz(1990)는 시각화는 그 자체로서 중요하지만 그와 관련된 정신적 과정이 수학의 다른 분야에서도 필요하고 전이될 수 있으며, 특히 기하에서는 더욱 중요함을 강조하고 있다. 따라서 이러한 공간 시각화 능력은 기하뿐만 아니라 수학 전반에 걸쳐 중요한 기초 능력이라고 볼 수 있다. Clements(1999)에 의하면 칠교판, 패턴블록, 블록 등의 다양한 도형 세트를 가지고 모양을 만들거나 윤곽을 채우는 활동, 잠깐 그림이나 모양을 보여주고 따라 그리거나 만들게 하는 순간 이미지 활동이 공간 시각화에 도움을 준다.

초등학교에서 공간 시각화 능력과 관련된 내용으로 NCTM(2000)에서는 여러 가지 기하 대상에 대한 조작, 이차원 대상과 삼차원 대상의 합동, 닮음 및 변환, 입체도형과 전개도나 삼차원 대상의 위, 앞, 옆에서 본 모양 등 이차원 도형과 삼차원 도형의 표현과 그 관계, 여러 방향에서 본 모양을 바탕으로 건축물의 구조를 다양한 표현을 이용하여 나타내기, 입체도형의 단면을 시각화하고 그리기 등을 제시하고 있다.

2) 공간 방향 능력

공간 방향 능력은 우리가 공간에서 어디에 위치하고 있음을 알고 공간에서 이동해 가는 방법을 아는 능력이다. 즉 공간에서 여러 가지 위치 사이의 관계를 자신의 위치에서 이해하고 조작하는 것이며, 자신의 주변 환경에 대한 '정신적 지도'를 구성하는 능력이다(Clements, 1999). 예를 들면 아이들은 자신을 중심으로 집 안에 있는 여러 가지 물건의 위치를 위, 아래, 앞, 뒤, 왼쪽, 오른쪽 등과 같이 파악할 수 있고, 주변 환경 속에서 특정한 지표를 기준으로 자신의 집의 위치를 파악하거나 원하는 곳에 이르는 길을 찾을 수 있으며, 자신의 주변공간에 물체들을 배치할 수도 있고, 자신과 직접적인 일차적 주변공간에 이해뿐만 아니라 성장하면서 간접적이고 이차적인 주변공간에 대한 이해로 확장해 간다.

초등학교에서 공간 방향과 관련된 내용은 지도를 의미 있게 읽고 만드는 것이다. 이 때 지도란 실제 지도가 될 수도 있으며 정신적 지도가 될 수도 있다. 이와 관련해서 아이들은 어느 쪽인지 아는 방향 감각, 얼마나 멀리 있는지를 아는 거리 감각, 어디에 있는지를 아는 위치 감각, 공간상에 있는 물체의 구조를 인식하는 능력을 길러야 한다. 이 과정에서 학생들은 여러 가지 수학적 사고 과정을 경험할 수 있는데, 우선 지도를 다루면서 추상화, 일반화, 상징화를 경험할 수 있다. 예를 들면, 어떤 지도에서는 공항을 나타내는데 비행기 아이콘을 사용하기도 하고, 어떤 지도에서는 도시를 나타내는 데 좀더 추상적인 원을 사용하기도 한다. 학생들은 지도를 그리면서 대상들을 모델로 나타내고, 배열을 그림으로 나타내며, 상징적 기호를 포함한 축척 지도를 사용한다. 또한 전후, 좌우, 상하 등의 방향과 동서남북의 방위 등을 포함하여 평면좌표 등 다양한 좌표 체계를 이해하고 대상의 위치를 나타낼 수 있다(Clements, 1999; Kennedy, Tipps & Johnson, 2004). 예를 들면 여러 대상들이 수직선 위에 표

시되었을 때 그 상대적인 위치와 거리 등을 파악하는 것을 비롯해서 한 학교가 지도상에 C4라고 표시되어 있을 때, 그 의미를 이해하고 그 주변에 있는 여러 개의 거리와 지표들을 찾을 수 있으며 그 실제적인 거리도 알 수 있다. 이러한 내용은 좌표기하학, 즉 해석기하학으로 자연스럽게 연결될 수 있다. 한편 공간상의 물체를 여러 방향과 여러 각도에서 살펴보고 물체의 구조를 인식하거나 여러 방향에서 찍은 사진이나 그림 중에서 같은 물체를 나타내는 것을 찾거나 사진을 찍은 위치를 찾는 것 등은 공간에 있는 삼차원 물체의 구조를 인식하는 데 도움이 된다(Clements, 1999).

따라서 공간 감각은 공간 시각화와 공간 방향 및 이와 관련된 많은 사고 과정이 복합적으로 얹혀 있는 것으로, 우리가 공간에서 살아가는 데 중요한 역할을 할 뿐만 아니라 앞으로 배우게 될 여러 가지의 기하를 학습하는 데, 더 나아가서는 수학을 학습하기 위한 기초의 역할을 한다.

나. 쌓기나무 단원과 공간 감각

쌓기나무 단원과 앞에서 살펴본 공간 감각의 요소와의 관련성을 생각해 보면, 내용의 측면에서는 공간 시각화 능력뿐만 아니라 공간 방향 능력과 관련되며 사고의 측면에서 보면 이와 관련된 공간 추론 능력이 모두 관련된다²⁾. 공간 시각화 능력 중에는 도형의 합동이나 변환뿐 아니라 삼차원 도형을 이차원으로 표현하고, 역으로 이차원 표현을 이해하여 삼차원 도형을 구성하는 능력과 관련된다. 도형의 합동과 변환에 대해서 살펴보면 쌓기나무로 모양을 쌓을 때 옮기기, 돌리기, 뒤집기의 변환을 이용하거나 쌓기나무로 쌓은 모양들이 같은지 다른지를 직접 또는 머리 속에서 옮기기, 밀기, 뒤집기의 변환을 통해서 알아보는 활동은 평면도형의 합동과 변환 개념을 입체도형의 합동과 변환 개념으로 확장한 것으로 볼 수 있다. 한편 삼차원 도형과 이차원 표현과의 관계는 겨냥도로 제시된 입체도형을 위, 앞, 옆에서 본 모양이나 층수로 나타내는 방법, 위, 앞, 옆에서 본 모양이나 층수로 나타낸 것을 직접 쌓기나무로 나타내보는 방법, 겨냥도로 나타내는 방법으로 구체화된다.

또한 쌓기나무 단원은 공간 방향 능력과도 밀접한 관련이 있는데, 아이들이 공간상에 있는 삼차원 물체를 전후, 좌우, 상하 등 다양한 방향과 각도에서 살펴보면서 그 구조를 파악하고, 같은 모양을 다른 방향에서 그린 그림이나 사진을 보고 공간상의 어느 위치와 방향에서 그리거나 찍은 것인지를 파악하며, 자신과 물체 또는 물체들 사이의 관계를 파악하는 것은 위치 감각이나 방향 감각뿐만 아니라 물체의 구조 인식 능력과도 많은 관련이 있다. 즉, 쌓기나무로 쌓은 모양이나 여러 가지 물체를 둘러보면서 다양한 방향과 시각에서 보는 활동을 통해 물체, 공간, 자신의 상대적인 위치와 방향뿐만 아니라 쌓기나무의 구조를 인식하게

2) 공간 감각 전체와 관련된 사고의 측면은 본 논문의 범위를 벗어나기 때문에, 본 논문에서는 쌓기나무 단원에 관련된 사고의 측면만을 다룬다.

된다.

이러한 과정에서 많은 공간 추론 능력이 필요한데, de Moor(1990)에 의하면 쌓기나무 단원과 관련된 공간 추론 활동은 분석과 종합, 국소 연역적 추론, 시각화 방법의 개발 및 적용, 체계적 접근, 변환의 인식과 사용 등이다. 예를 들면 위, 앞, 옆에서 본 모양을 알고 이를 결합해서 쌓기나무를 구성하는 것과 그 역에 관련된 활동은 수학에서 중요한 분석과 종합에 관련된다. 또한 옆에서 본 모양 중 어느 것이 오른쪽에서 본 모양인지, 왼쪽에서 본 모양인지를 추측하고 시행해 본다면, 이는 'if-then'의 논리를 사용하고 있는 것이다. 즉, 학생들은 가설을 세우고, 시행해 보고, 그것들을 반박하거나 입증해 보이는 것이다. 또한 쌓기나무로 쌓은 모양이나 삼차원 물체들을 시각적으로 나타내기 위해 겨냥도를 그리거나, 위, 앞, 옆에서 본 모양으로 나타내거나, 위에서 본 모양에 층수를 적거나 하는 등은 시각화 방법을 개발하고 적용하기에 해당된다. 한편 쌓기나무 여러 개를 가지고 만들 수 있는 모든 경우의 수를 구하는 방법은 체계적 접근에 관련된다. 마지막으로 쌓기나무로 모양을 만들 때 옮기기, 돌리기, 뒤집기 등을 활용하는 것뿐만 아니라 쌓기나무로 쌓은 여러 가지 모양이 서로 같은지 다른지를 알아보기 위해 직접 또는 머리 속에서 옮기기, 돌리기, 뒤집기를 통하여 쌓기나무 모양을 비교하는 것이 변환의 인식과 사용에 해당된다고 할 수 있을 것이다.

이러한 능력은 수학 학습을 위한 기초 능력으로서 뿐만 아니라 이차원의 매체를 통해서 삼차원 공간에 대한 정보를 얻어야 하는 세상에 살아가는 우리에게는 아주 중요하다(Morrow, 1991). 예를 들면 우리는 어려서부터 주변의 삼차원 공간에 있는 물체를 직접 보기도 하지만 그림이나 사진을 통해 물체를 보기도 하고, 물체를 거울을 통해서 보는 일이나, 운전할 때 거울을 통해 사물들을 보고 판단하는 것이나, 집의 평면도를 그리거나 보며, 건축 설계자들이나 자동차 설계자들이 설계도를 그리거나, 항공사진이나 위성사진으로부터 지면에 있는 대상에 대한 정보를 파악하는 것과 같이 예술, 건축, 디자인, 그래픽, 사진, 애니메이션 등 여러 분야에서 이차원 표현과 삼차원 물체의 관계에 대한 많은 경험을 하게 된다.

지금까지 생각해 본 바와 같이 쌓기나무 단원은 공간에서의 대상, 관계, 변환, 위치, 방향, 구조 등과 관련된 공간 시각화 능력과 공간 방향 능력의 통합에 의해 지도되어야 하며, 이 과정에서 중요한 능력 중 하나는 위에서 살펴본 바와 같이 다양한 공간 추론 활동이다.

2. 쌓기나무 단원과 수학과 관련성

일반적으로 공간 감각은 이후로 배울 여러 가지 기하 체계뿐만 아니라 비기하체계에 대한 이해에 도움을 준다(Clements & Battista, 1992; Kennedy, Tipps & Johnson, 2004). 쌓기나무 단원은 공간 감각의 일부로서 입체도형에 대한 이해뿐만 아니라 학교수학에서 다루는 기하학의 기초가 된다고 할 수 있다. 그러나 이 단원의 내용은 공간 감각의 차원에서 여러 분야의

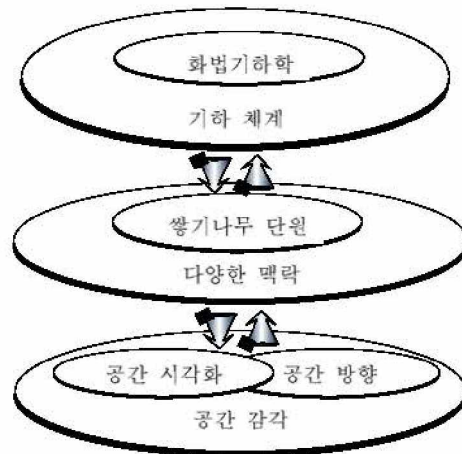
기하학을 위한 기초일 뿐만 아니라 이러한 뿌리에서 성장할 수 있는 한 분야의 기하학을 위한 기초로 생각할 수도 있다. 켄기나무 단원의 핵심 내용 중 하나인 삼차원 대상을 이차원으로 표현하거나 이차원 표현을 삼차원 대상으로 표현하는 것에 대해 수학적으로 처음 다룬 것은 아마도 Monge의 화법기하학이라고 할 수 있는데, 이 기하학은 처음에는 설계상의 필요에 의해 생긴 것이다. 즉, 이는 몽주가 요새를 건축하는 데 복잡한 계산을 하는 대신 기하학적으로 한 눈에 전체적인 구조를 나타내 보일 수 있도록 연구한 끝에 얻은 설계 기사의 기하학이다(김용운·김용국, 1996). 실제로 우리가 살고 있는 공간은 삼차원이고, 우리가 볼 수 있는 대상들은 입체들이며, 이 입체를 종이와 같은 평면에 보이는 모습대로 나타낸 것이 겨냥도이다. 사진이나 그림은 일종의 겨냥도라고 할 수 있는데, 대부분의 경우 겨냥도를 보면 그 사진이나 그림에 있는 대상들이 무엇인지를 알 수 있다. 그러나 우리가 한 번도 듣거나 본 일이 없는 대상을 사진이나 그림에서 본다면 그 대상이 무엇인지 알 수 있을까? 실제로 사진이나 그림에서 어떤 대상을 인식할 수 있다는 것은 우리가 이미 보았거나 들어서 알고 있는 대상일 것이다.

이와 관련해서 수학에서 또 사용하는 방법이 전개도이다. 그러나 한 번도 본 일이 없는 삼차원 대상을 전개도만을 이용해서 구성한다는 것은 쉬운 일이 아니며 때에 따라서는 구와 같이 전개도를 만들 수 없는 경우도 있다. 이러한 경우에 우리가 사용할 수 있는 수학적 방법이 투영이다. 입체도형을 나타내기 위해서는 여러 측면에서 본 그림이 있으면 된다. 그러나 그림이 너무 많은 경우에는 오히려 더 복잡해질 수 있다. 따라서 가능하면 적은 개수의 그림으로 입체의 전체 모양을 파악하는 것이 좋다. 이와 관련하여 수학적으로는 보통 앞에서 본 모양인 입면도, 위에서 본 모양인 평면도, 옆에서 본 모양인 측면도의 세 가지 그림을 사용한다(김용운·김용국, 1996). 그러나 때에 따라서는 이 세 가지 그림으로도 정확히 나타낼 수 없는 입체들도 있다. 따라서 이런 경우에 시각적으로 표현할 수 있는 더 나은 방법이 없는지를 모색하는 것이 화법기하학의 연구 분야라 할 수 있다. 이는 더 확장된 분야인 사영기하학으로 자연스럽게 연결된다.

이러한 화법기하학과 관련하여 생각한다면 켄기나무 단원은 공간에 있는 대상, 특히 전체 모양을 겨냥도나 전개도만으로는 잘 파악할 수 없는 대상을 여러 방향에서 살펴봄으로써 원래의 모양을 구성해낼 수 있는지를 수학적으로 탐구하거나 그 역의 과정에 초점을 맞추는 수학적 방법 중의 하나이다. 한편 이러한 켄기나무 단원과 관련된 수학이 생겨난 맥락은 설계상의 필요에 의한 것이며, 현재 우리의 일상생활에도 이러한 능력이 필요한 맥락이 많다. 따라서 켄기나무 단원을 지도하려면 이러한 점들을 고려하여 이러한 수학의 발생 맥락과 응용 맥락을 포함한 다양한 맥락 속에서 겨냥도나 전개도만으로도 물체의 구조를 추론할 수 있는 대상뿐만 아니라 추론할 수 없는 대상들을 다루어봄으로써 삼차원 대상과 이차원 표현 사이의 관계를 학습할 필요성을 인식하도록 하는 것이 바람직하다.

3. 쌍기나무 단원의 지도 의의

공간 감각의 측면과 수학의 측면에서 살펴본 바에 따라 쌍기나무 단원의 지도 의의를 요약하면, [그림 II-1]과 같이 나타낼 수 있다.



[그림 II-1] 쌍기나무 단원의 지도 의의

[그림 II-1]이 의미하는 바는 쌍기나무 단원의 지도 의의는 한편으로는 공간 감각과 관련해서 공간 시각화 능력과 공간 방향 능력의 신장하는 것이고 다른 한편으로는 더 나아가서 수학적으로 이러한 공간 감각을 기초로 일반적으로는 여러 분야의 기하 체계를 위한 기초 능력뿐만 아니라 특히 화법기하학과 관련된 기초 능력을 신장하는 것이라 할 수 있다. 따라서 쌍기나무 단원을 지도할 때는 이러한 두 가지 차원, 즉 공간 감각과 화법기하학의 기초를 동시에 고려하는 것이 바람직하며, 공간 감각과 관련해서는 공간 시각화 능력과 공간 방향과 관련된 내용 요소뿐만 아니라 그 과정에서 종합과 분석 등의 공간 추론 활동이 중요하고, 화법기하학의 발생 맥락과 응용 맥락을 고려한 다양한 맥락과 더불어 삼차원 대상의 구조 인식에 관련된 핵심적인 사고 과정을 다루는 것이 필요하다.

III. 쌍기나무 단원 지도에 대한 논의

이 장에서는 앞에서 살펴본 쌍기나무 단원의 지도 의의를 바탕으로 쌍기나무 단원의 내용을 살펴보면서, 그 지도에 대해 좀더 구체적으로 논의하고자 한다. 이는 쌍기나무와 관련된

공간 감각 요소의 측면, 쌓기나무와 관련된 공간 감각의 사고 측면인 공간 추론 활동의 측면, 쌓기나무와 관련된 맥락 활용의 측면에서 두 종류의 교과서 비교를 통해 이루어질 것이다. 이 때 사용되는 교과서는 하나는 우리나라의 제 7차 교육과정에 따른 초등학교 수학교과서이고, 다른 하나는 미국의 NCTM(1989)이 제시한 수학교육의 방향에 따른 Mathematics in Context[MiC] 교과서 시리즈이다. MiC 교과서는 네덜란드의 Freudenthal Institute와 미국의 University of Wisconsin-Madison의 National Center for Research in Mathematical Sciences Education과의 공동 연구 프로젝트에 의해서 만들어지고, Britannica에 의해서 출판된 교과서이다.

논의할 구체적인 내용은 첫 번째, 공간 감각의 두 요소라고 볼 수 있는 공간 시각화와 공간 방향과 관련하여 두 교과서에서는 어떤 내용을 다루고 있는지 살펴본다. 이를 위해서 우선 우리나라의 제 7차 교육과정에 따른 2-나 단계의 수학교과서 <3. 쌓기나무 놀이> 단원과 6-가 단계의 수학교과서 <4. 쌓기나무> 단원과 MiC 교과서 중 쌓기나무와 관련된 <다르게 보여요> 단원 개요 및 공간 시각화와 공간 방향의 내용을 알아본다.

두 번째, 공간 감각과 관련해서 두 교과서에는 어떤 공간 추론 활동이 제시되고 있는지를 알아본다. 이 때 진주시에 소재한 B초등학교 6학년 한 학급을 대상으로 2004년 4월에서 5월까지 재량활동 시간에 실시한 MiC 교과서 수업에 대한 연구자의 수업관찰과 설문조사를 바탕으로 공간 추론에 대한 학생들의 반응 예를 제시하고자 한다.

세 번째, 쌓기나무 단원의 수학적 발생 맥락과 응용 맥락의 관점에서 두 교과서에 제시된 맥락을 살펴본다. 이를 위한 틀로 수학 교수 학습에서 사용되는 일반적인 맥락 유형을 먼저 알아보고, 두 교과서의 쌓기나무와 관련된 단원에서 사용된 맥락 유형을 알아본다.

1. 쌓기나무 단원에서 다루는 공간 감각 요소

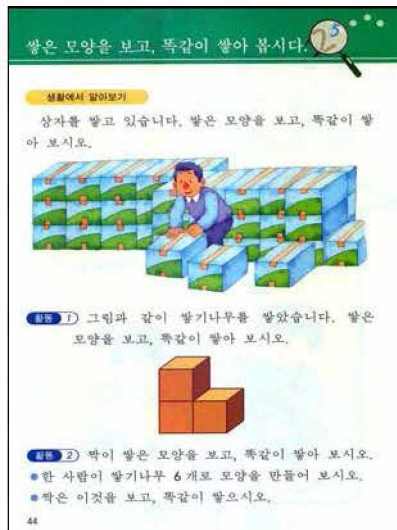
이 절에서는 쌓기나무 단원에서 다루는 공간 감각 요소인 공간 시각화와 공간 방향에 대해 두 교과서에서 다루고 있는 내용을 살펴보고, 지도를 위한 시사점에 대해 생각해 보고자 한다.

가. 우리나라의 <쌓기나무> 단원의 공간 감각 요소

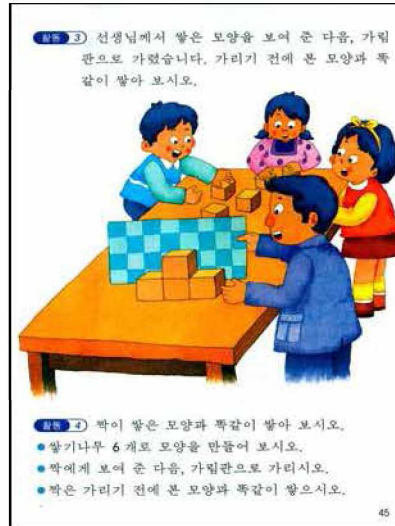
우리나라의 <쌓기나무> 단위에는 수학 2-나 단계의 <3. 쌓기나무놀이>, 수학 6-가 단계의 <4. 쌓기나무> 가 해당된다(교육 인적 자원부, 2002a, 2002b).

2-나 단계에서는 [그림 III-1-1]에서 [그림 III-1-4]에서 볼 수 있듯이 쌓기나무로 쌓은 모양을 보고 그대로 쌓아보고, 선생님이 쌓은 모양을 잠깐 보여준 후에 가림판으로 가리고 학생들이 그 모양을 똑같이 쌓아보도록 하며, 쌓기나무 3개, 4개, 5개, 6개로 만들 수 있는 모양

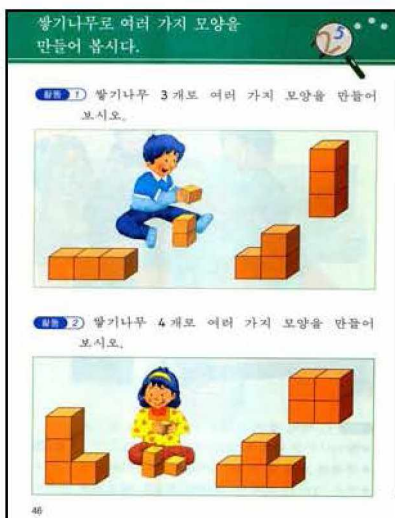
을 여러 개 만들어보고, 재미있는 놀이에서 한 학생이 가림판 뒤에서 쌓은 모양을 다른 학생들에게 설명하고 똑같이 쌓은 사람이 이기는 게임을 하며, 문제 해결에서 쌓은 모양을 보고 그대로 쌓은 후에 위, 앞, 옆에서 본 모양을 그려 보는 활동을 한다.



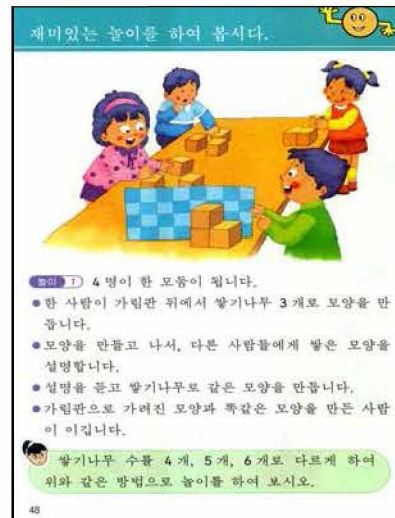
[그림 III-1-1] 3. 쌓기나무 놀이
(교육 인적 자원부, 2002a, p.44)



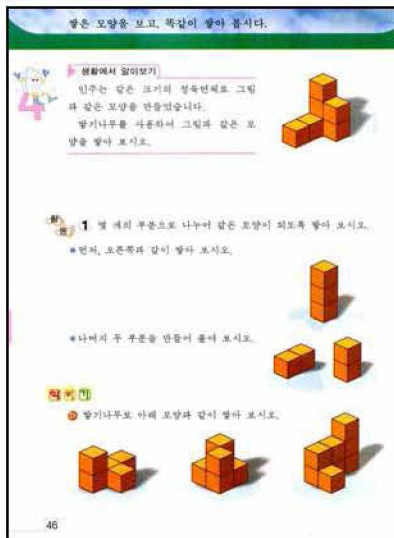
[그림 III-1-2] 3. 쌓기나무 놀이
(교육 인적 자원부, 2002a, p.45)



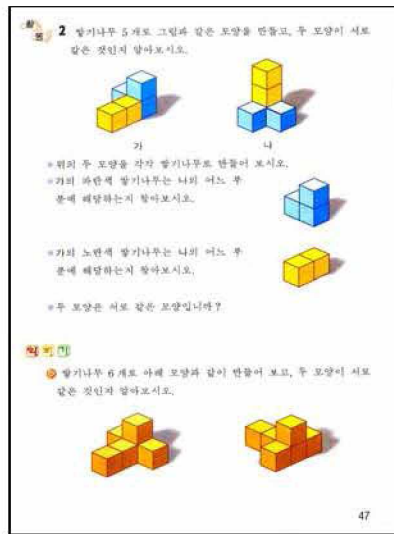
[그림 III-1-3] 3. 쌓기나무 놀이
(교육 인적 자원부, 2002a, p.46)



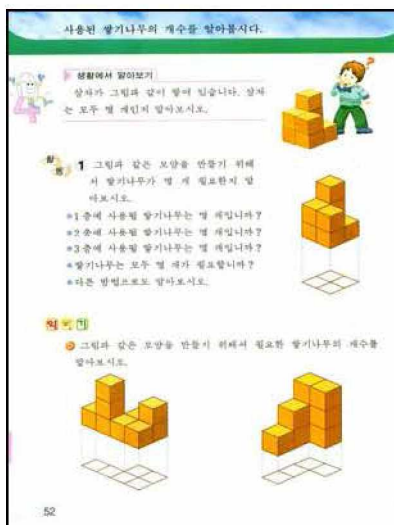
[그림 III-1-4] 3. 쌓기나무 놀이
(교육 인적 자원부, 2002a, p.48)



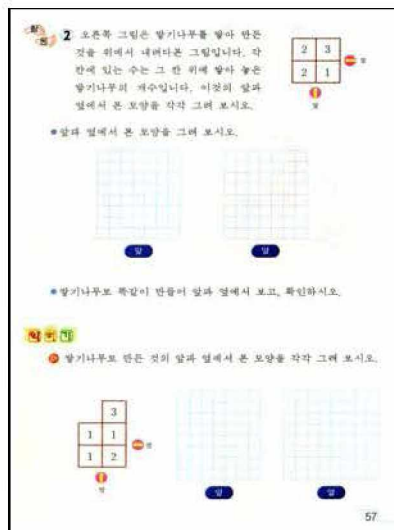
[그림 III-2-1]. 4. 쌓기나무
(교육 인적 자원부, 2002b, p.46)



[그림 III-2-2]. 4. 쌓기나무
(교육 인적 자원부, 2002b, p.47)



[그림 III-2-3]. 4. 쌓기나무
(교육 인적 자원부, 2002b, p.52)



[그림 III-2-4]. 4. 쌓기나무
(교육 인적 자원부, 2002b, p.57)

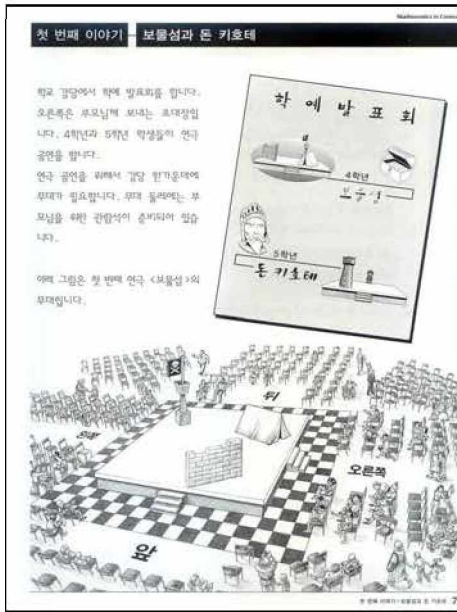
6가 단계에서는 [그림 III-2-1]에서 [그림 III-2-4]에서 볼 수 있듯이 쌓기나무로 만든 좀더 복잡한 모양을 그대로 쌓아보고, 두 모양이 서로 같은지 다른지를 아는 방법을 도입하며, 쌓기나무로 규칙성 관련 활동을 하고, 쌓기나무의 전체 개수를 구하는 방법을 네 가지 제시하

며, 쌓은 모양을 보고 위, 앞, 옆에서 본 모양을 그려 보고, 위에서 본 모양에 층수를 적은 것을 보고 앞, 옆에서 본 모양을 그려 보게 하며, 실생활 적용 부분에서 앞, 옆, 위에서 본 모양을 보고 쌓기나무로 모양을 만들게 하고 확인하게 한다.

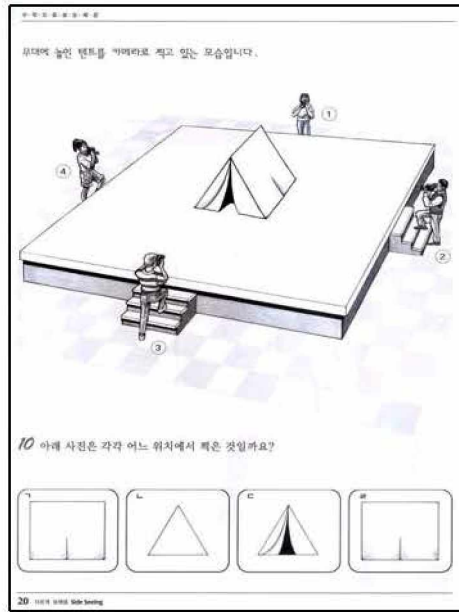
지금까지 살펴본 내용을 공간 감각 요소와 관련해서 생각해 보면, 우리나라의 <쌓기나무> 단원은 삼차원 대상을 이차원 표현으로 나타내거나 이차원 표현을 삼차원 대상으로 나타내는 공간 시각화 와 관련해서 쌓기나무로 모양 만들기, 쌓기나무로 쌓은 모양을 잠깐 보고 만들어 보는 순간 이미지 활동하기, 쌓은 모양을 설명하기, 설명을 듣고 쌓기나무로 모양 만들기, 쌓은 모양을 위, 앞, 옆에서 본 모양으로 나타내거나 그 역으로 나타내기, 쌓기나무의 개수 구하기, 같은 모양 찾기, 쌓기나무 모양을 위에서 본 모양과 층수로 나타내는 방법과 위에서 본 모양에 층수로 나타낸 것을 보고 쌓기나무로 모양 만들기 등이 다루어지고 있으며, 삼차원 물체를 위, 앞, 옆에서 보는 내용은 공간 방향과 관련이 있지만 좀더 여러 방향에서 살펴볼 수 있는 기회는 찾아보기 어려운 것 같다.

나. 미국의 MiC의 <다르게 보여요> 단원의 공간 감각 요소

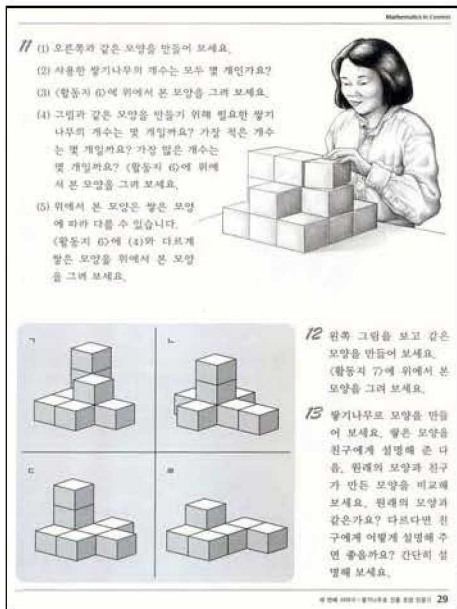
MiC의 <다르게 보여요> 단원을 [그림 III-3-1]에서 [그림 III-3-4]를 따라 개략적으로 살펴보면 1단원은 현실 세계에 대한 탐구로 현실적 맥락에서 원형무대를 중심으로 많은 물체들을 여러 가지 방향에서 보는 활동을 통해 직관적으로 개념을 형성하고, 2단원은 개념을 추출하고 반성하는 단계로 현실적 맥락에서 카메라가 주된 도구가 되어 여러 물체들의 위, 옆에서 본 모양의 개념을 추출함으로써 잠정적 수학의 위치에 이르게 되며 1단원에서 특별한 방향을 지정하지 않고 보았던 무대 맥락을 조금 더 수학적으로 진전된 위, 옆에서 본 모양의 개념을 사용하여 다시 다루며, 3단원은 추상화하고 형식화하는 단계로 쌓기나무라는 수학적 도구를 이용한 수학적 맥락에서 위, 앞, 옆에서 본 모양과 층수 표현 등의 수학적 시각화 방법을 찾아나감으로써 좀더 형식적 수학으로 나아갈 수 있게 하며[그림 III-3-3], 4단원은 일반화의 단계로 어느 마을의 주택계획이라는 현실적 맥락에서 좀더 통합적인 맥락에서 지금까지 배운 내용을 연결할 뿐만 아니라 새로운 맥락과 평면도라는 새로운 내용으로 연결한다.



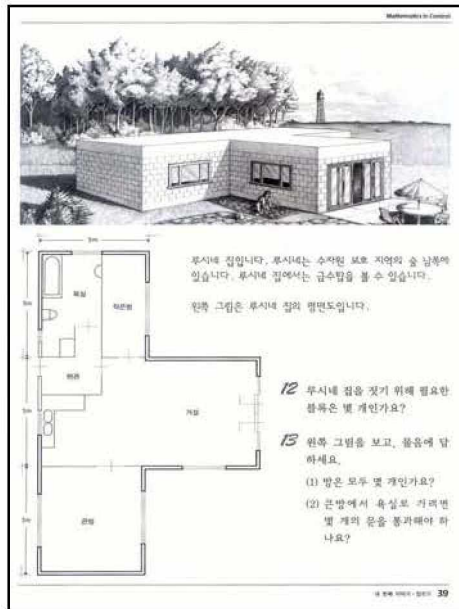
[그림 III-3-1] 현실 세계 탐구
(나온교육연구소, 2003, p.7)



[그림 III-3-2] 직관적 개념 추출 ·
반성(나온교육연구소, 2003, p.20)



[그림 III-3-3] 추상화 · 형식화
(나온교육연구소, 2003, p.29)



[그림 III-3-4] 현실 세계에의 응용
(나온교육연구소, 2003, p.39)

이러한 과정에서 다루어지는 내용을 좀더 구체적으로 살펴보면 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> MiC의 <다르게 보여요> 단원의 내용

1단원	2단원	3단원	4단원
<ul style="list-style-type: none"> · 연극 부대 위의 벽, 돛대, 텐트를 여러 방향에서 본 모양 살펴보기 · 연극 부대 위에 벽, 돛대, 텐트가 놓인 위치를 보고 어느 방향에서 본 것인지 찾기 · 부대 위의 벽, 돛대, 텐트가 보이거나 보이지 않는 위치와 방향 찾기 · 부대 위의 탑, 의자가 앞, 뒤, 오른쪽, 왼쪽에서 보이는 모양 찾기 · 부대 위의 탑, 의자가 놓인 모양을 보고 어느 방향에서 본 것인지 찾기 · 원형 연극부대의 장점과 단점 찾기 	<ul style="list-style-type: none"> · 객상 위의 물건이 위치에 따라 다르게 보이는 것을 알기 · 부대 위의 물건들의 위, 앞, 옆에서 본 모양 찾기 · 부대 위의 물건을 여러 위치에서 찍은 사진보고 찍은 방향 찾기 · 일상생활에서 사용하는 다양한 물건에 대한 위, 앞, 옆에서 본 모양 찾기 · 일상생활에서 사용하는 물건을 위, 앞, 옆에서 본 모양을 보여주고 어느 방향에서 본 것인지 찾기 · 같은 물건에 대한 옆에서 본 모양과 위에서 본 모양을 연결하기 	<ul style="list-style-type: none"> · 쌓기나무로 만든 건물모양에 대한 설명 듣고 모양 쌓기 · 건물 모양에 대한 위에서 본 모양 그리기 · 쌓기나무로 쌓은 건물 모양 보고 보이는 부분과 보이지 않는 부분 찾기 · 쌓기나무 4개로 주어진 조건에 맞는 건물모양 만들고 설명하기 · 쌓기나무로 만든 건물의 위에서 본 모양에서 가능한 쌓기나무의 개수와 최소개수 구하기 · 제시된 모양과 같은 모양 만들고 개수 추정하기 · 주어진 쌓기나무 모양에서 숨어 있는 개수 찾기 · 여러 가지 쌓기나무 모양의 위에서 본 모양 그리기 · 층수로 나타낸 쌓기나무 모양 만들기 · 쌓기나무 모양을 층수로 나타내기 · 위, 앞, 옆에서 본 모양과 층수를 적는 방법의 장점과 단점 설명하기 	<ul style="list-style-type: none"> · 평면도 보고 집 배치하기 · 주어진 공간에 집짓기 · 집의 위치와 자연환경과의 관계 알아보기 · 건물의 위 모양 보고 건물의 층수 예측하기 · 같은 개수로 만든 다른 모양 찾고 설명하기 · 쌓기나무 4개로 조건에 맞는 집짓고 배치하기 · 쌓기나무로 만든 모양의 집이 같은지 다른지 알아보기 · 쌓기나무 4개로 위, 앞, 오른쪽, 왼쪽에서 본 다른 모양 짓기 · 건물의 평면도 보고 주변환경과의 관계 알아보기 · 건물의 부분모양 보고 집 모형 만들기

지금까지 살펴본 내용을 공간 감각 요소와 관련하여 생각해 보면, <다르게 보여요> 단원은 삼차원 대상을 이차원 표현으로 나타내거나 이차원 표현을 삼차원 대상으로 나타내는 공간 시각화 능력과 관련해서 쌓기나무로 모양 만들기, 여러 물체와 쌓기나무 모양의 위, 앞, 옆에서 본 모양, 쌓은 모양을 층수로 나타내는 방법, 쌓기나무의 개수 찾기, 쌓은 모양을 보고 설명하기와 그 역과 관련된 활동과 같은 모양을 찾기, 변환과 관련하여 두 모양이 같은지 알아보기 등의 내용을 다루고 있다. 위치 감각, 방향 감각, 구조 인식에 관련된 공간 방향 능력과 관련해서는 1단원, 2단원의 부대 위의 물건을 여러 방향에서 둘러보거나 부대 위의 물건이나 일상생활에서 사용하는 물건과 모양을 어느 방향에서 찍은 것인지, 4단원의 어느 지역의 평면도와 그 지역에 있는 집의 평면도를 다루면서 집에서 그 지역에 있는 건물이

나 호수 등이 어느 방향에서 보이는지 보이지 않는지와 같이 주변 환경과의 위치관계를 알아보는 등의 내용을 다루고 있다. 따라서 항상 삼차원 물체와 이차원 표현을 다루면서도 주변을 둘러싸고 있는 공간이 함께 고려될 수 있도록 함으로써 공간 시각화와 공간 방향이 같이 고려되고 있음을 알 수 있다.

다. 공간 감각 지도를 위한 시사점

두 교과서의 내용을 살펴보면, 공간 시각화 능력 즉 삼차원 물체를 위, 앞, 옆에서 본 모양, 쑥기나무로 모양 만들기, 쑥기나무의 개수, 쑥은 모양을 층수로 나타내는 방법, 같은 모양 찾기 등은 거의 유사하다. 그러나 공간 시각화 능력과 관련해서 <쑥기나무> 단위에서는 거냥도에서 보이는 것 외에 뒤에 숨어 있을 부분을 고려하기 않기 때문에 약간 제한적인 면이 있는 반면, <다르게 보여요> 단위에서는 처음 무대 위의 물건들을 살펴보는 과정에서 보이는 부분과 보이지 않는 부분을 생각해 보게 하는 점에서 차이점이 있다. 한편 도형의 합동과 변환과 관련해서는 공간 추론 활동에서 다루고자 한다.

한편 공간 방향 능력과 관련해서는 MiC 교과서의 경우에는 여러 부분에서 공간상의 위치와 방향을 찾는 활동이나 어느 지역에서 건물과 여러 대상들의 방향과 위치를 함께 고려하지만, 우리나라 교과서의 경우에는 공간 방향과 관련된 내용은 많이 다루고 있지 않는 것 같다. 그 이유를 두 가지 측면에서 생각해 보면, 한편으로는 쑥기나무 단위 외에서 찾아볼 수 있는데, 우리나라 교과서의 경우에는 공간 방향과 관련된 내용, 즉 방향, 방위, 지도 읽기와 같은 내용을 수학에서 직접 다루지 않는 반면, MiC의 경우는 NCTM(2000)에서 제안하고 있는 바와 같이 공간 방향을 같이 다루도록 되어 있기 때문에 다른 단위에서도 공간 방향과 관련된 내용들을 많이 다루고 있으며, <다르게 보여요> 단위도 다른 단위들과 연결되면서 공간 방향을 자연스럽게 다루고 있다(Britannica, 1998). 다른 한편으로는 <쑥기나무> 단위 내에서 생각해 볼 수 있는데, 처음부터 쑥기나무를 가지고 활동하는 것도 한 요인이 될 수 있지만 학생들에게 위, 앞, 뒤, 옆에서 고정해서 보도록 하는 방법이 공간 방향, 즉 학생들 자신과 공간 그리고 물체 사이의 상대적인 위치와 방향을 느끼지 못하게 한다. 예를 들면 위, 앞, 뒤, 옆이라고 하는 것은 교과서에 제시된 그림 안에서는 항상 위, 앞, 옆 방향이 화살표로 고정되어 있다. 그러나 실제로 학생들이 모둠 활동을 한다고 가정한다면 쑥기나무를 가지고 모양을 만들었을 때 방향은 어디에 앉아 있느냐에 따라 달라진다. 서로 마주보고 앉아 있는 학생의 경우는 앞, 옆에서 본 모양들이 서로 다르게 표현된다. 일반적으로 위, 앞, 뒤, 옆이라는 것은 공간상에서 자신을 기준으로 다른 대상을 보았을 때 생각할 수 있는 상대적인 개념이라고 볼 수 있다. 따라서 경우에 따라서는 위, 앞, 뒤, 옆이 정해져 있을 때도 있지만, 경우에 따라서는 이를 상황에 맞게 정해야 할 때도 있다.

한편 방향은 위, 앞, 옆만 있는 것이 아니라 모든 방향이 다 가능한데, <쑥기나무> 단위와

<다르게 보여요> 단원은 방향을 다루는 방식에 차이가 있다. <다르게 보여요> 단원은 무대 위의 물건들을 살펴볼 때 학생들이 책상 주변을 돌아다니면서 어느 방향에서는 무엇이 보이고 보이지 않는지를 살펴보는 활동이나, 제시된 무대 장면을 보고 그것이 어느 방향에서 본 것인지를 물어보거나 책상 위에 놓인 물체를 찍은 사진을 보고 그것이 어느 방향에서 찍은 것인지를 알아보는 문제를 제시하여 학생들이 머리 속에서 또는 직접 모형 무대 주위나 책상 주위를 돌아보면서 스스로를 공간의 한 방향에 놓아보거나, 어느 지역의 평면도와 그 지역의 한 집의 평면도를 제시해서 집 밖에서 집의 위, 앞, 옆에서 본 모양뿐만 아니라 집 안에서 멀리 있는 탑이나 호수 등이 보이는지를 알아보는 문제를 제시하는 등 다양한 공간 방향과 관련된 활동이 포함되어 있다. 따라서 MiC 교과서에서는 물체를 여러 가지 방향에서 살펴보고 난 후에 위, 앞, 뒤, 옆 등을 특별히 집중해서 고려해야 할 기준으로 파악하게 하는 반면에, 우리나라 교과서의 경우는 처음부터 위, 앞, 뒤, 옆을 제공해주고, 개수를 제공해 주거나 바닥의 모양을 격자로 표시해 줌으로써 교과서에 나와 있는 그림을 직접 활동을 통해서 주변을 둘러 보거나 하는 공간 방향과 관련된 활동이 거의 필요하지 않도록 제시되어 있다.

이러한 과정에서 또 하나 고려해야 할 점은 위, 앞, 뒤, 옆이라는 의미가 여기서는 정중앙에서 보아야 한다는 의미를 내포하고 있는데, 그렇게 보아야 하는 이유는 학생들이 직접 여러 방향에서 본 이후에 조금이라도 방향과 각도가 달라지면 보이는 정도가 달라진다는 것을 경험했을 때 더 잘 이해할 수 있을 것이라고 생각한다.

또한 공간 방향에서 중요한 것은 물체와 물체 사이의 상대적인 위치인데, <쌓기나무> 단원에서는 쌓기나무로 쌓은 모양을 항상 하나만 놓고 생각하기 때문에 여러 대상간의 상대적인 위치 관계를 생각할 기회가 없는 반면에, <다르게 보여요> 단원에서는 무대 위에서나 책상 위에서나 한 가지 물체뿐만 아니라 여러 가지 물체를 동시에 고려하게 함으로써 물체 사이의 관계도 생각해 볼 수 있는 경우도 제시한다.

따라서 지금까지 살펴본 바에 의하면 쌓기나무 단원을 지도할 때는 쌓기나무뿐만 아니라 학생들의 여러 가지 주변 상황에서 다양한 물체들을 여러 방향과 각도에서 직접 살펴보고, 점차적으로 다른 방향들을 제외시키면서 위, 앞, 뒤, 옆 등으로 방향을 고정하며, 각도의 차이에 의해서 생기는 혼란을 피하기 위해서 정면에서 보아야 하는 이유에 대해서도 생각해 보게 하고, 물체들 사이의 위치관계를 생각해 보는 것이 학생들이 좀더 다양한 경험을 하는데 도움이 되리라고 생각한다.

2. 쌓기나무 단원에서 다루는 공간 추론 활동

이 절에서는 쌓기나무 단원과 관련해서 다룰 수 있는 공간 감각과 관련된 사고의 측면인 공간 추론 활동에 대해 살펴보고, 이에 대해 몇 가지 논의를 하고자 한다.

가. 쌓기나무 단위와 관련된 공간 추론 활동

쌓기나무 단위와 관련된 공간 추론 활동은 앞에서 언급한 바와 같이 분해와 종합과 관련된 사고, 'if-then'의 논리를 사용한다는 점에서 국소 연역적 추론, 시각화 방법을 개발하고 적용하기, 체계적으로 접근하기, 변환을 인식하고 사용하기 등이다(de Moor, 1990; 김용운·김용국, 1996). 이 외에도 더 다양한 공간 추론 활동을 고려해 볼 수 있겠지만, 본 논문에서는 다섯 가지의 측면에서만 살펴보고자 한다.

삼차원 대상에서 위, 앞, 옆에서 본 모양을 찾아내고, 역으로 위, 앞, 옆에서 본 모양을 이용해서 삼차원 대상을 구성하는 활동이나 위에서 본 모양에 층수를 적은 것을 보고 삼차원 대상을 구성하는 활동은 분해와 종합에 해당한다. 어떤 이차원 표현이 오른쪽에서 본 모양인지 왼쪽에서 본 모양인지를 가정하여 삼차원 대상과 일치하는지를 판단하면서 가설, 시행, 반박 및 증명의 과정을 거친다는 의미에서 국소적 연역적 추론에 해당하고, 삼차원 대상을 이차원으로 표현하는 겨냥도, 위, 앞, 옆에서 본 모양, 층수를 적는 방법 등이 시각화 방법을 개발하고 적용하기에 해당한다. 한편 쌓기나무를 3개, 4개, 5개, 6개 등을 이용하여 만들 수 있는 모든 경우의 수를 찾거나 주어진 조건에 맞게 쌓기나무를 이용하여 만들 수 있는 모든 경우의 수를 찾는 활동 등은 체계적으로 접근하기에 해당된다. 또한 쌓기나무로 쌓은 여러 가지 모양이 같은지 다른지를 알기 위해서 직접 활동을 통해서나 머리 속에서 옮기기, 돌리기, 뒤집기 등의 변환을 이용하는 것은 변환을 인식하고 사용하기에 해당된다.

나. 공간 추론 활동 지도를 위한 시사점

두 교과서를 살펴보면 분해와 종합과 관련된 사고, 국소 연역적 추론, 시각화 방법을 개발하고 적용하기는 모두 다루고 있지만, 그 다루는 정도에서는 차이점이 나타난다. <다르게 보여요> 단원은 앞에서 제시한 [그림 III-3-3]의 예에서 볼 수 있듯이 겨냥도나 위, 앞, 옆에서 본 모양만으로는 전체적인 모양을 잘 파악할 수 없거나 전체 개수를 파악할 수 없는 모양을 제시함으로써, 눈에 보이지 않는 부분에 쌓기나무가 숨어 있을 수도 있다는 것을 여러 쪽에 걸쳐 생각해 보게 하는 과정에서, 보이지 않은 것에 대한 것까지 생각해야 하므로 공간 추론이 많이 필요하다. 즉 머리 속에서 예측해 봄으로써 가설을 세워보고, 실제로 쌓아보고 관찰하는 시행을 거쳐서 반례를 찾거나 증명하는 과정이 자연스럽게 이루어지며, 이 과정에서 예측해 보는 과정에서 분해와 종합의 사고과정이 이루어지며, 시각화 방법을 찾아내거나 배우고 익히게 된다.

반면 <쌓기나무> 단위에서는 [그림 III-2-1], [그림 III-2-2], [그림 III-2-3]에서 볼 수 있듯이 쌓기나무로 만든 모양에 그림자 처리를 하거나 개수를 명시하거나, 위에서 본 모양을 아래

에 제시함으로써 겨냥도에서 볼 수 있는 쌍기나무 외에 숨어 있는 쌍기나무가 있을 수 있다는 것을 그렇게 많이 생각할 필요가 없는 것 같다. 그 중 쌍기나무를 이용한 규칙성 찾기 부분은 그림자로 처리하더라도 한 가지 모양으로 정해져서 읽는 것도 있다. 아마 수업 시간에 학생들이 이러한 사실을 발견한다 하더라도 이것이 문제시되어 논의되거나 하는 일은 일어나지 않을 것이다. 따라서 학생들은 교과서에 제시된 겨냥도나 다른 그림을 보이는 대로 생각하면 되기 때문에, 실제로는 공간 추론의 정도가 그다지 많이 필요하다고 보기 어렵다. 따라서 학생들이 시각화 방법을 찾아내거나 배우고 익히지만, 분해와 종합의 사고과정에 비해 국소 연역적 추론은 많이 경험하기는 어렵다고 생각한다.

실제로 본 연구자가 한 학급을 대상으로 MIC의 <다르게 보여요> 단원을 재량활동시간에 관찰한 결과에 의하면 학생들은 한편으로는 뒤에 쌍기나무가 숨어 있다는 사실을 신기하게 생각하고 몇 개까지 숨어 있을 수 있는지에 대해 열심히 탐구하기도 하였고, 다른 한편으로는 뒤에 숨어 있는 쌍기나무를 생각해 내는 것에 대해 어려움을 가지기도 하였는데, 이에 대한 한 학생의 설문반응을 보면 다음과 같다.

블록 몇 개로 여러 가지 모양의 집을 지을 수 있다는 것을 알게 되었고 즐겁고 재미있었다. 우리가 원래 배우는 수학과는 다르게 생각과 실천을 함께 해야 해서 더 신났던 것 같다. 블록 몇 개로 여러 가지를 배울 수 있었던 게 참 신기하였다. 어떤 식으로 수학을 배웠으면 좋겠다고 느꼈다. 또 블록으로 만든 모형엔 언 보려는 곳에 숨은 블록이 있을 수도 있다는 점을 알게 되었다. 이때가 정말로 유익한 시간이었다. 처음엔 쉬운 줄 알았는데 생각과 실천을 많이 해야 해서 어려운 점도 많았던 것 같다. 기회가 있으면 중 고등학교에 가서도 이런 수학을 배울 수 있었으면 좋겠다. 우리가 배우고 있는 수학과 지금 배우고 있는 수학과의 차이점은 우리가 배우고 있는 수학은 계산을 많이 해야 하는데 교수님과 한 수학자는 계산을 생각보다 덜 해야 했던 점이다. 또 우리가 배우고 있는 수학과는 달리, 교수님과 배운 수학자는 배우고 나면 생각이 더 넓어지는 것 같다. 아마도 가장 큰 차이점은 '생각' 일 것 같다.

우리가 쌍기나무 단원과 수학과와의 관련성에서 살펴본 바와 같이 쌍기나무 단원을 통해 위, 앞, 옆에서 본 모양이나 층수로 나타내는 방법을 배워야 할 이유가 겨냥도만으로는 알 수 없는 물체들을 수학적으로 어떻게 다루어야 하는지에 대한 것을 배워야 되기 때문이라면, 그림자 처리나 개수를 제시해 줌으로써 이러한 추론 활동을 약화시킬 일이 아니라 약간의 어려움은 있을지라도 보이는 대로 해결 가능한 경우뿐만 아니라 여러 방향에서 더욱 나아가서는 층수를 정확히 알아야 전체 모양을 파악할 수 있는 다양한 모양들이 제시되어야 하리라 생각한다.

반면 체계적으로 접근하기는 <다르게 보여요> 단원에서는 '쌍기나무 4개로 2층 이하의 서로 다른 집을 몇 채나 지을 수 있는가?'와 같은 문제를 해결할 때 13가지의 서로 다른 집 모양을 찾아보는 활동에서 체계적 접근을 가능하게 하는 반면, <쌍기나무> 단원에서는 쌍기나

무 3개, 4개, 5개, 6개로 여러 가지 모양을 만들어 보는 활동을 하기는 하지만, 2나 단계에서 이루어지기 때문에 체계적 접근까지는 기대하기 어렵다. 변환을 인식하고 적용하기의 경우 <다르게 보여요> 단원에서는 쌓기나무 4개로 서로 다른 집을 만드는 과정에서 두 집의 모양이 같은지 다른지를 판단할 때 집의 모양을 옮기기, 돌리기, 뒤집기 등을 자연스럽게 사용하는 반면, <쌓기나무> 단원에서는 두 모양이 같은지 다른지를 알아보기 위해 부분을 나누어 생각하는 방법을 바로 제시해 줌으로써 공간상에서 입체도형의 변환을 생각할 기회를 제공하지 못한다.

우리나라의 <쌓기나무> 단원은 학생들이 제시된 문제를 따라가기만 하면 별 어려움 없이 배울 수 있도록 단계별로 세심하게 배려하여 상세한 안내를 해 주고 있기 때문에 학생들이 부담 없이 배울 수 있다는 장점이 있다. 수학을 가르치는 방법은 다양할 수 있지만 최근의 경향에 비추어 보면 학생들 스스로 생각하게 하는 기회를 제공하는 것도 중요하다고 생각한다. 이와 관련해서 최근 강조되고 있는 것은 수학적 추론이다. 쌓기나무 단원은 비록 엄밀하지는 않지만 공간 시각화 능력을 이용해서 시각적으로 추론하는 것을 포함해서 다양한 공간 추론 활동을 할 수 있는 좋은 소재이다. 모든 학생들에게 가능한 것은 아닐 수도 있지만 삼차원 대상 중에 겨냥도만으로는 알 수 없는 복잡한 구조물을 다루어 봄으로써 보이지 않는 부분에 대한 예측을 해 보고 확인해 볼 수 있는 도전적인 문제, 여러 개의 쌓기나무를 활용하여 체계적 사고를 해볼 수 있는 문제, 공간상에서 물체들을 둘러보고 같은지 다른지를 확인해 볼 수 있는 경험들을 제공함으로써 좀더 고차적인 공간 추론을 유도할 수 있는 기회를 제공하는 것이 바람직하다고 생각한다.

3. 쌓기나무 단원에서 다루는 맥락 유형

맥락이란 여러 가지 의미로 해석될 수 있지만, 일상적으로 말하면 수학이 포함되어 있는 상황을 의미한다. 최근 수학교육에서 맥락이 아주 강조되고 있는데, 맥락은 수학적 개념의 도입, 수학의 연습이나 응용, 이해의 근원, 전략의 근원, 동기 부여 등 다양한 역할을 할 수 있다(de Lange, 1999; Meyer, Dekker & Querelle, 2001). 이 절에서는 수학 교수 학습에서 사용되는 맥락 유형에 대해 우선 살펴보고, 이를 바탕으로 쌓기나무 단원과 관련하여 두 교과서에 제시된 맥락을 살펴보고자 한다.

가. 수학 교수 학습에서 맥락 유형

맥락은 여러 가지 차원으로 그 유형을 분류해 볼 수 있는데, 그 기준이 되는 것은 ‘학생들과의 거리’, ‘중요도’, ‘현실과의 거리’이다(de Lange, 1999). 학생들과의 거리 차원은 개인상황, 학교상황, 직업상황, 사회상황, 학문상황으로 구분할 수 있다. 중요도 차원은 맥락이 문

제를 해결하는 데 어느 정도의 역할을 하는가를 나타내는 것으로 0차, 1차, 2차, 3차 맥락으로 구분된다. 0차 맥락은 장식성 맥락으로 겉으로는 맥락이 있는 것 같지만, 문제를 해결하는 데는 아무런 필요도 없을 때를 말한다. 1차 맥락은 문제를 해결하고 답을 판단하는 데 맥락이 중요하고 필수적일 때를 말한다. 2차 맥락은 문제를 해결하고 답을 판단하는 데 맥락이 중요하고 필수적일 뿐만 아니라 맥락을 수확화할 필요가 있을 때를 말한다. 3차 맥락은 새로운 수학 개념을 구성하거나 발명하는 역할을 한다. 다음은 '현실과의 거리'로 이는 현실적 맥락, 가상적 맥락, 인위적 맥락, 수학적 맥락으로 구분할 수 있다. 현실적 맥락은 실제로 존재하는 물리적, 사회적, 학문적 현실 자체에서 이끌어낸 요소로 이루어진 것이다. 가상적 맥락은 현실 자체는 아니지만 현실에서 유도된 것으로 단순화, 이상화, 일반화된 것을 말하는데, 예를 들면 등고선 그림에서 한 지점의 위치를 대략적으로 구하는 문제가 이에 해당된다. 인위적 맥락은 실존하지 않는 대상이나 구성물을 말하는 것으로, 대부분 원상의 세계에 속하는 것이며, 반드시 그런 것은 아니지만 어린 아이들의 경우에는 동화와 같은 이러한 상상의 세계에 공감할 수 있으므로 효과적일 수도 있다. 수학적 맥락은 수학 자체에서 태어난 것이지만, 순수 수학적 맥락이 아니라 이전의 수업에서 배운 교과 내용이 이제 새로운 상황에 적용되는 친숙하지 않은 수학적 상황이다. 이를 간단히 요약하면 <표 III-2>와 같다.

〈표 III-4〉 맥락 유형

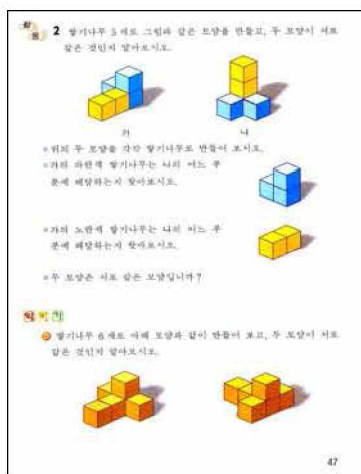
분류 기준	맥락 유형
학생과의 거리	개인 상황, 학교 상황, 공적 상황, 사회 상황, 학문 상황
중요도	0차(장식성), 1차(판단에 필요), 2차(수확화 필요), 3차(새로운 수학 발명)
현실과의 거리	현실적 맥락, 가상적 맥락, 인위적 맥락, 수학적 맥락

나. 다양한 맥락 유형의 제공을 위한 시사점

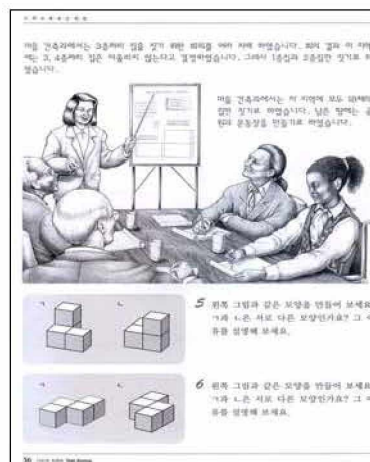
앞에서 살펴본 유형에 따라 <쌍기나무> 단원에 제공되는 문제 상황을 살펴보면 맥락이라고 보기 어렵거나 순수 수학적 맥락이다. 유일하게 맥락이 제공되는 부분이 [그림 III-1-1]에 제시된 2-나 단계의 처음 도입 부분에 해당되는 '생활에서 알아보기'이다. 그러나 이 맥락 또한 겉으로 보기에는 직업상황 또는 사회상황, 현실적 맥락인 것처럼 보이지만 문제를 해결하는 데 이것이 전혀 사용되지 않는다는 점에서는 맥락이라 말하기 어렵다. 또한 <쌍기나무> 단원에서는 응용과 관련된 현실적 맥락이 전혀 제공되지 않는데, '실생활에 응용하여 봅시다.'에서도 쌍기나무로 쌓은 모양을 위, 앞, 옆에서 본 모양을 그리거나, 위, 앞, 옆에서 본 모양과 개수가 주어졌을 때 이에 해당하는 삼차원 모양을 쌓는 등의 활동만을 제시하고 있다. 이는 또한 다른 단원에서 '생활에서 알아보기'나 '실생활에 응용하여 봅시다.'와 관련하여 일상생활과 관련된 맥락을 제시하는 것과는 차이점을 보인다.

반면 <다르게 보여요> 단원에서 제공되는 맥락은 1단원, 2단원, 4단원의 경우에는 대부분 학교 상황이나 사회 상황, 현실적 맥락으로 1차, 2차, 3차의 맥락이다. 예를 들어 [그림 III-2]의 첫 번째 그림에서 볼 수 있듯이 1단원 처음에 도입되는 학예발표회를 위한 보물섬 무대 맥락은 자연스럽게 여러 방향에서 보게 하는 학교 상황, 현실적 맥락, 2차의 맥락이라고 할 수 있다. 2단원에서는 책상 위에 있는 스테이플러, 전화기, 테이프를 다른 위치에서 찍은 사진 맥락, 일상생활에서 접하는 물건들의 위에서 본 모양과 겨냥도, 다시 등장하는 무대 등 또한 개인상황이나 학교상황, 현실적 맥락으로 1차 또는 2차의 맥락이다. 3단원의 경우는 이와는 달리 대부분 학문 상황, 수학적 맥락이지만 역시 1차, 2차, 3차의 맥락이다. 즉 삼차원 대상을 이차원으로 표현하거나 그 역을 구하는 데 있어서 새로운 수학을 발명하는 데 필수적인 맥락임을 의미한다. 겨냥도가 제시된 쌓기나무 모양에서 위에서 본 모양을 그려보게 함으로써 그것이 불충분함을 깨닫고 더 나은 시각적 표현 방법이 무엇인가를 생각하게 하고 있다. 4단원의 집짓기라는 맥락은 사회 상황, 현실적 맥락으로 역시 1차, 2차, 3차의 맥락이다.

특히 [그림 III-4]와 [그림 III-5]를 보면 두 문제 모두 두 모양이 같은지를 알아보게 하는 문제이지만, 전자는 활동 자체에서 모양을 분해해서 두 모양이 같은지 다른지를 판단하게 하지만, 후자는 주택계획과 관련하여 쌓기나무 4개로 만든 집이라는 사실이 자연스럽게 두 개의 집 모양이 같은지 다른지를 알기 위해 옮기기, 돌리기, 뒤집기 등의 전략을 생각하게 하며 뒤집기를 하는 경우에는 집이라는 조건이 있기 때문에 잘못된 것으로 판단하게 한다. 즉, 맥락 자체가 수학적 방법을 유도할 뿐만 아니라 그 방법 중에서 맥락에 맞지 않는 것은 제외하도록 한다. 전자는 학문상황, 수학적 맥락, 0차 맥락이고 후자는 사회상황, 현실적 맥락, 1차 맥락이다.



[그림 III-4] 맥락 없이 두 모양이 같은지 다른지 알아보기



[그림 III-5] 주택계획 맥락에서 두 모양이 같은지 다른지 알아보기

지금까지 <쌓기나무> 단원과 <다르게 보여요> 단원에서 사용된 맥락을 살펴보았다. 그 결과 <쌓기나무> 단원에 사용된 맥락은 순수 수학적 맥락이 대부분임을 알 수 있었다. 앞에서도 언급하였지만 공간 감각은 우리가 살아가는 공간에 대한 탐색이라는 것, 이와 관련된 수학의 발생 맥락은 실제에서 비롯되었다는 사실, 실제로 이러한 공간 감각이 건축, 그래픽, 애니메이션, 사진, 그림 등 다양하게 일상생활에 응용된다는 것을 고려할 때 <쌓기나무> 단원이 학생들에게 풍부하게 지도되려면 삼차원 대상과 이차원 표현의 관계를 자연스럽게 이해하고 수학적으로 서서히 다듬어 갈 수 있도록 개념의 도입에서부터 연습하고 응용하는 과정에 이르기까지 학생들과의 거리, 중요도, 현실과의 거리를 고려한 다양하고 풍부한 맥락이 제공되는 것이 바람직하다고 생각한다.

IV. 결 론

지금까지 제 7차 교육과정에서 새롭게 도입된 쌓기나무 단원의 지도 의의를 공간 감각과의 관련성과 수학과와의 관련성에 비추어 살펴보았다. 이를 요약하면 쌓기나무 단원은 공간 감각 요소인 공간 시각화 능력과 공간 방향 능력 및 이와 관련된 공간 추론 활동과 복합적으로 얹혀 있을 뿐만 아니라 여러 분야의 기하학의 기초, 특히 화법기하학의 기초와 관련된다. 따라서 쌓기나무 단원을 좀더 풍부하게 지도하기 위해서는 공간 시각화와 공간 방향 및 공간 추론 활동을 충분히 경험할 수 있도록 하는 것과 화법기하학의 발생 맥락을 고려하여 삼차원 대상과 이차원 표현의 관계를 학습할 필요성을 인식하도록 다양한 맥락을 제공하는 것이 바람직하다. 이러한 단원 지도 의의에 비추어, 우리나라 교과서의 <쌓기나무> 단원과 MiC 교과서의 <다르게 보여요> 단원을 살펴보면, 학생들에게 <쌓기나무> 단원을 좀더 풍부하게 지도하기 위해 생각해 볼 점들에 대해 논하였다. 이를 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 쌓기나무 단원을 지도할 때 공간 감각의 두 요소인 공간 시각화 능력과 공간 방향 능력과 관련해서 공간 방향과 관련된 내용도 경험할 기회를 제공하는 것이 바람직하다. 우리나라 교과서를 살펴본 바에 의하면 <쌓기나무> 단원에서는 주로 초점이 공간 시각화 능력과 관련되어 있는 반면 공간 방향 능력과 관련된 활동은 거의 제시되어 있지 않음을 알 수 있었다. 그 이유 중의 하나는 우리나라의 <쌓기나무> 단원은 현실적 맥락이 제시되지 않기 때문이기도 하지만, 보다 근본적으로는 처음부터 일관되게 쌓기나무로 쌓은 하나의 모양에 대해 위, 앞, 옆에서 본 모양을 관찰하므로 굳이 물체를 둘러싸고 있는 공간을 같이 고려해서 위치나 방향을 생각할 필요가 없기 때문이라고 할 수 있다. 따라서 쌓기나무 단원을 지도할 때는 위, 앞, 옆의 고정된 방향을 먼저 지정하기 전에, 다양한 방향과 각도에서 여러 개의 물체 주

변을 실제로 돌아보고 관찰한 후에 물체 사이의 위치 관계뿐만 아니라 왜 시선을 위, 앞, 옆의 중앙에 고정시켜서 보아야 하는 지에 대한 생각을 해 볼 기회를 제공하면서, 위, 앞, 옆에서 본 모양이나 층수를 적는 방법을 제공함으로써 위치 감각, 방향 감각 등의 공간 방향과 관련된 내용도 다루어 볼 수 있는 기회를 제공하는 것이 바람직하다고 생각한다.

둘째, 쌓기나무 단원을 지도할 때 좀더 다양한 공간 추론 활동을 할 수 있는 기회를 제공하는 것이 바람직하다. 교과서를 살펴본 바에 의하면 <쌓기나무> 단위에서는 공간 추론 활동이 비교적 많이 다루어지지 않는다는 것을 알 수 있었다. 특히 쌓기나무 활동에서 핵심적인 부분 중의 하나가 잘 모르는 삼차원 대상의 구조를 수학적으로 알아내고 표현하는 것이 라면, 겨냥도나 전개도 및 제시된 그림에서 보이는 부분만으로 해결할 수 있는 문제가 아니라 보이지 않는 부분에 대한 추론이 필요한 문제들을 제시함으로써 공간 추론의 기회를 더 많이 경험하도록 하는 것이 바람직하다. <쌓기나무> 단원의 활동들은 사실상 학생들이 그대로 따라가면 별 문제없이 풀도록 되어 있기 때문에 나름대로 장점은 있지만 때로는 학생들에게는 좀더 도전적인 공간 추론 과제를 제시하는 것이 필요하다. 예를 들면 여러 개의 쌓기나무로 만들 수 있는 서로 다른 모양이 모두 몇 개인지를 제시하거나 겨냥도만으로는 알 수 없는 좀더 복잡한 구조를 가진 삼차원 대상, 예를 들면 전후·좌우 대칭이 되지 않는 조형물들의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 제시하고 이를 종합하여 원래의 조형물을 구상해 보는 활동들이 이에 해당할 것이다. 이러한 활동을 통해 학생들은 분석과 종합, 국소 연역적 추론, 시각화의 방법 개발 및 적용, 체계적 접근, 변환의 인식과 사용 등의 공간 추론을 통해 발전적인 공간 감각을 소유할 수 있을 것이다.

셋째, 쌓기나무 단원을 지도할 때 이와 관련된 수학의 발생 맥락과 응용 맥락을 고려하여 학생들에게 많은 경험을 제공할 수 있는 풍부한 현실적 맥락을 제시하는 것이 바람직하다. 우리나라 교과서를 살펴본 바에 의하면 <쌓기나무> 단위에는 현실적 맥락이 제시되지 않는다. 앞서서도 살펴본 바와 같이 <쌓기나무> 단위와 관련된 수학의 발생 맥락은 건축 설계상의 필요에 의한 것이다. 또한 공간 감각의 원래의 의미가 우리가 살아가고 있는 공간에 대한 직관적 감각이라면 이를 좀더 풍부하게 지도하기 위해서는 쌓기나무 활동에만 의존할 것이 아니라 현실적 맥락에서 다양한 사물들을 여러 방향에서 관찰하고 삼차원 대상에 대한 이차원 표현 또는 그 역의 필요성을 경험해 보는 것이 필요하다. 실제로 쌓기나무와 관련된 공간 감각이 필요한 분야가 건축, 그래픽, 디자인, 예술, 애니메이션, 사진 등 다양하기 때문에 이러한 풍부한 맥락에서 학생들이 공간 감각을 계속 발전시켜 나갈 수 있도록 해야 한다. 이러한 맥락을 제공하는 것은 사실 교사의 조그마한 노력으로도 어느 정도는 가능하다. 앞, 뒤, 옆에서 본 모양이 다른 주변의 건물을 여러 방향에서 찍은 사진, 일상생활에서 쉽게 접하는 물체들을 여러 방향에서 찍은 사진이나 교탁 위나 책상 위에 다양한 물체들을 올려놓고 이를 주변을 돌면서 여러 방향에서 관찰하는 것으로도 이러한 맥락은 쉽게 제공될 수 있다.

본 논문은 쌍기나무 단원의 지도 의의를 생각해 보고 이에 따라 이 단원을 학생들에게 풍부하게 지도하려면 어떤 점들을 고려해야 하는지를 고민하면서, 그 구체적인 하나의 예로 <다르게 보여요> 단원을 같이 살펴본 것이다. 이를 통해서 제 7차 교육과정에서 새롭게 도입된 쌍기나무 단원의 지도 의의에 대해 다양한 관점에서 생각해 볼 수 있는 연구들이 계속되기를 바라며, 이러한 관점이 구체화되고 또 계속 보완되면서 쌍기나무 단원이 학생들에게 좀더 풍부하게 경험되기를 기대해 본다.

참 고 문 헌

- 교육 인적 자원부(2002a). **수학 2-나**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육 인적 자원부(2002b). **수학 6-가**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 김용운 · 김용국(1996). **도형 이야기**. 서울: 도서출판 우성.
- 나온교육연구소(2003). **다르게 보여요**. 서울: 도서출판 이우.
- Britannica (1998). *Teacher resource and implementation guide*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation.
- Clements, D. H. (1999). Geometric and spatial thinking in young children. In V. C. Juanita (ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 66-79). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws(ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*(pp. 420-464). NY: Macmillan Publishing Co., Inc.
- De Lange, J. (1999). *Framework for classroom assessment in mathematics*. Utrecht: Freudenthal Institute & National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- De Moor, E. (1990). Geometry instruction in the Netherlands (ages 4-14): the realistic approach. In L. Streefland(ed.), *Realistic mathematics education in primary school*(pp. 119-138). Culembog: Technipress.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: an educational approach*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher & J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics and cognition*(pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Kennedy, L. M., Tipps, S., & Johnson, A. (2004). *Guiding children's learning of mathematics*. Belmont: Wadsworth.
- Meyer, M., Dekker, T., & Querelle, N. (2001). Context in mathematics curricular. *Mathematics teaching in the middle school*, 6(9), 522-527.
- Morrow, L. J. (1991). Implementing the standards: Geometry through the standards. *Arithmetic*

teacher, 38(8), 21-25.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Wheatly, G. H. (1990). One point of view: Spatial sense and mathematics learning. *Arithmetic teacher*, 37(6), 10-11.

• 논문접수 : 2004년 10월 15일 / 수정본 접수 : 2004년 11월 22일 / 게재 승인 : 2004년 12월 3일

ABSTRACT

On the Teaching of Building with Blocks in Primary School Mathematics

Yeong-Ok Chong

(Professor, Chinju National University of Education)

Spatial sense has recently received much attention in primary school mathematics education. It seems that a growing interest is due to the findings of many research studies. Those research findings report that the students who have good spatial sense reach higher mathematics achievement than those students having poor one. The studies also suggest that students' spatial sense can be improved through appropriate learning activities. In accordance with the importance of spatial sense, the seventh national curriculum started to include teaching of spatial sense. The aim of this study is to examine the didactical background of building with blocks and to suggest implications for effective teaching that can be meaningful to students.

In order to attain these purposes, the present paper discusses the definition of spatial sense and the relations between spatial sense and building with blocks. It also investigate the relationships between building with blocks and descriptive geometry. Subsequently, the present study attempts to compare lesson units in the Korean textbooks with MiC lesson units of building with blocks with respect to spatial visualization, spatial orientation, spatial reasoning, and types of contexts.

Finally, the study offers several suggestions for improving teaching building with blocks. The suggestions are as follows: providing problem situations to enhance spatial orientation ability, offering challenging problems for higher-order spatial reasoning with respect to building with blocks, providing students with diverse realistic contexts relating to the origin and application of descriptive geometry.

Key Words : building with blocks, spatial sense, spatial visualization, spatial navigation, context, descriptive geometry, spatial reasoning