

논리적 사고력과 공간 시각화 능력이 수학성취도와 문제 해결 과정에 미치는 영향

-고등학교 2학년 학생을 중심으로-

이 중 희 · 한 정 혜

(이화여자대학교 · 이화여자대학교 대학원)

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

교육 활동에서 학업성취는 중요한 목표가 되고, 교수·학습과정에서 나타날 수 있는 여러 변인들에 의해 다양한 학업 성취의 결과가 나올 수 있다. 교수·학습과정에서 나타나는 변인으로는 크게 학습자 변인과 교수변인을 들 수 있다. 학습자 변인으로는 학습자의 특성, 학습 전략과 정보를 내재화하는 과정 등이 있고, 교수 변인으로는 교사 특성, 교수 전략 등을 들 수 있다. 또한 문제를 해결하는 과정에서도 학습자 나름의 전략을 시도할 수 있다.

학습자 변인으로는 논리적 사고력, 공간 능력(공간 시각화, 공간 방향 등), 언어 능력 등 다양하다. 이 중 논리적 사고력과 수학 학업 성취도¹⁾의 관계에 대해서는 예를 들면, 송미경(1990)이 고등학교 1학년 학생들을 대상으로 한 연구가 있으며, 공간 시각화 능력과 학업 성취도와의 관련은 중학교 학생들을 대상으로 공간 시각화 능력과 기하 영역에서의 학업 성취도와의 관계를 연구한 전선경(1997)의 연구가 있다.

본 연구에서는 학습자 변인에 해당하는 논리적 사고력과 공간 시각화 능력이라는 개인의 내적 능력 두 가지를 독립 변수로 하여 종속 변수인 학업 성취도(수학 성취도)²⁾에 독립변수

가 미치는 영향이 어떠한지를 알아보고자 한다. 이는 수학성취도에 있어서 현행 우리나라 고등학교 평가제도가 크게 학교에서의 내신 성적을 위한 평가인 내신 평가와 국가 시험인 대학수학능력시험으로 나뉘어져 있고, 내신 평가는 교과서 내의 단편 지식 위주의 평가 시험의 성격을 띠고 있고, 대학수학능력시험은 교과서의 내용을 위주로 하되 좀 더 높은 사고력을 요하는 문항위주의 평가이기 때문에 논리적 사고력과 이들 평가 결과와 어느 정도 관계가 있는지 알아보는 것은 의미가 있다고 할 수 있다. 본 연구에서는 내신 평가에 따른 수학성취도를 내신 수학성취도라 하고, 대학수학능력시험에서의 수학성취도를 대학수학능력 수학성취도라 하겠다. 이 두 가지 수학성취도를 종속변수로, 논리적 사고력과 공간시각화 능력의 두 학습자 변인을 독립변수로 설정하고 연구한다. 그리고 두 가지 평가유형에 대하여 논리적 사고력과 공간 시각화 능력이 유의미한 영향을 미치는지를 알아보 고자 한다.

수학적 문제를 해결하는 과정에서 문제 해결 전략의 사용은 매우 중요한데, 장독립과 장종숙과 같은 인지 양식, 언어능력, 공간 능력 등과 같은 인지 능력은 문제 해결 전략 선택 과정과 관련이 있다. 예를 들면, Webb(1975)은 인지 양식이 문제 해결 전략 선택과 어떻게 연결되는

1) 이것은 본 연구에서 사용하는 용어로는 내신 수학 성취도이다.

2) 이후 본 연구에서는 수학 성취도를 내신 수학성취도와 대학수학능력시험 수학성취도를 모두 포함한 것을 말한다.

지를 연구 한 결과, 장 독립 학생들은 다양한 문제 해결 전략을 사용하였으며 문제 해결 성공과 관련이 있음을 보고하였다(Kil, 1990, 재인용). 본 연구에서는 수학성취도가 비슷한 학생들 중에 논리적 사고력과 공간 시각화 능력 둘 중 하나의 능력이 우세한 학생들이 보이는 문제 해결 과정에서의 전략 선택의 특징은 어떠한지를 알아보고자 한다. 문제 해결 전략으로는 여러 가지가 있을 수 있지만 본 고에서는 시각적인 경향성과 비시각적인 경향성 두 측면에서 어느 쪽을 선호하는지를 살펴보고자 한다.

본 연구 결과를 통해 수학 성취도에 논리적 사고력 혹은 공간 시각화 능력이 중요한 요인이라면, 수학 성취도의 향상을 위해서 이러한 요인에 대한 능력을 발달시키기 위한 프로그램 개발 및 훈련이 필요하며, 이에 대한 연구가 집중적으로 이루어져야 할 것이다. 그리고 학습자의 특성에 따른 문제 해결 전략 선택의 선호에 대한 연구는 어떤 집단에게 어떤 종류의 전략을 가르치는 것이 효과적인가와 같은 질문에 대한 답을 얻기 위한 기초연구가 될 것이며, 이는 현장에서 교사가 문제 해결 지도를 하는데 도움을 줄 수 있을 것이다.

2. 연구문제

본 연구에서는 논리적 사고력과 공간 시각화 능력이 수학성취도와 문제 해결 과정에 어떠한 영향을 미치는지 알아보고자 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

1. 논리적 사고력과 공간 시각화 능력이 내신 수학성취도와 대학수학능력모의 수학성취도에 영향을 미치는가?
 - ① 논리적 사고력, 공간 시각화, 내신 수학성취도, 대학수학능력모의 수학성취도간의 상관계수는 어떠한가?
 - ② 논리적 사고력과 공간 시각화 능력의 수학성취도(내신성취도/대학수학능력모의 수학성취도)에 대한 상대적인 영향력은 어떠한가?

③ 학생들의 수학성취도와 관련된 변수들간의 가설적 인과모형은 어떠한가?

④ 학생들의 수학성취도와 관련된 변수들간의 수정 경로모형은 어떠한가?

2. Piaget의 인지 발달 수준 이론에 따른 분류에 의해 생긴 집단별 내신 수학성취도, 대학수학능력모의 수학성취도, 공간 시각화 능력의 차이는 어떠한가?

3. 수학성취도(내신성취도/수능성취도)가 비슷한 학생들 중 논리적 사고력과 공간 시각화 능력 둘 중 한쪽으로 치우친 학생들의 문제 해결 과정의 전략에서 보이는 시각적 경향성은 어떠한가?

II. 이론적 배경

1. 논리적 사고력

논리적 사고란 정확한 사고를 하는 것이며, 이를 위해서 대상 혹은 사상들 간의 서로의 관계, 모순 등 일련의 규칙을 판단하고 평가하는 과정이라고 정의할 수 있다(송미경, 1990). Piaget와 Inhelder는 지능의 중핵이라 볼 수 있는 논리적 사고력이 몇 단계를 거쳐서 발달한다는 이론을 제시하였다. 여기서 단계적 개념은 단계마다의 질적 변화들을 의미하는데, 6세 어린이의 사고는 12세 어린이의 사고와 다르며, 12세 어린이의 사고는 성인의 사고와 질적으로 다르다는 것이다. Piaget는 사고력의 발달 단계의 순서를 감각운동기, 전조작기, 구체적 조작기, 형식적 조작기로 나누었다. 형식적 조작기에서 보이는 사고의 특징은 가설·연역적 사고 능력, 명제적 사고능력 그리고 조합적 분석 능력이라고 요약할 수 있다. 본 연구에서 사용될 논리적 사고력 검사지인 GALT(Group Assessment of Logical Thinking)에는 논리적 사고력을 구성하고 있는 하위 논리로 보존 논리, 미래 논리, 변인 통제 논리, 확률 논리, 조합논리, 상관 논리로 구분되어 있다.

형식조작적 사고 수준과 수학 교과와 학업성

취도 간에 상관이 있다는 것은 실제 연구에서도 입증되고 있다. (Lawson, 1982 ; 송미경, 1990, 재인용). 송미경(1990)에 따르면, 논리적 사고력을 수학과 과학 과목이 깊은 연관이 있다고 보고 두 과목에 대한 성취도와 논리적 사고력과의 관계를 연구한바 있다. 학생들의 논리적 사고의 발달 정도와 수학, 과학지식의 이해 능력과는 밀접한 관계가 있음을 많은 연구가 시사하고 있다. 우선 국내에서 실시된 연구 결과를 보더라도 논리적 사고의 발달 정도와 수학, 과학 학력과는 관계가 있음을 밝혀주고 있다. 여러 연구 결과들은 중학생들의 과학적 사고의 발달 정도가 과학 학업 성취도와 밀접한 관계가 있음을 밝혀주고 있다. 특히 학생들의 논리적 사고력의 발달 정도가 학업 성취도를 예언하는 중요한 요인임을 시사하고 있다.

이상 연구들의 대부분이 초등학교, 중학교 학생들을 대상으로 논리적 사고력과 과학 성취도를 연구한 것으로, 고등학생들에 대해서 논리적 사고력과 내신 수학 성취도 및 대학 수학능력 수학 성취도와의 관계를 각각 알아보는 것은 중요하다고 할 수 있다.

2. 공간 시각화

공간 능력이란 공간 속에 있는 내적 표상을 기호화하거나 만들어 내거나 기억하며 이것을 다른 사물이나 공간 위치에 관계시키는 능력을 뜻하는 것으로서, 정신능력의 중요한 요인이다. 공간능력의 중요한 두 요소로는 공간 시각화와 공간 방향을 들 수 있다. 공간 시각화는 시각적 물체의 표상을 정신적으로 조작하는 능력이며, 어떤 물체가 특정한 공간 전환을 했을 때 그 물체를 상상하는 능력을 말한다. 공간 방향은 자기 자신의 상상적 방향에 따라 공간 관계를 결정하는 능력이다(황정규, 1984). 특히, 공간 시각화에 대해 McGee는 “그림으로 표현된 자극물을 정신적으로 능숙하게 조작하고, 회전시키고, 비틀고, 거꾸로 뒤집는 능력”이라고 하였다(Ben Chaim, Lappan & Houang, 1988, 재

인용).

공간 능력과 수학 성취 사이의 상관관계에 대해서 여러 연구 중에서, Friedman(1995)은 공간 능력과 수학 성취가 밀접한 관련이 없다고 주장했다. 그녀는 공간과 수학 능력의 전반적인 상관관계가 수학 성취와 관련 없는 스포츠 정보와의 상관관계보다 더 높지 않으며 종종 더 낮다고 주장한다(Whcatley, 1997, 재인용). Moscs(1979)는 공간 시각화 능력이 수학적 수행 문제 해결에 필요한 능력인가를 알아보았는데, 수학적 수행에서의 공간적 사고의 역할을 직접히 설명하지는 못하였다(Clements & Battista, 1992, 재인용). 반면, Guay & McDaniel(1977)은 초등학생을 대상으로 수학적 지식과 공간 능력 사이의 관계에 대한 연구에서, 수학적 성취가 높은 학생들이 수학적 성취가 낮은 학생보다 더 높은 공간 능력을 가지고 있음을 보여주었다. Fennema와 Sherman(1977)은 1,233명의 9~12학년 학생들을 대상으로 공간 시각화 능력과 수학 성취도와의 관계를 조사하여, 수학 성취도와 공간 시각화의 능력과의 상관 관계는 수학성취도와 언어 능력과의 상관관계만큼 높다는 결론을 얻었다.

공간 시각화와 수학 학습 성취도와의 관계는 수학의 영역에 따라 다른 연구 결과가 제시되었다. 대부분의 연구에서는 기하 영역에서의 수학성취도와 공간 시각화 능력은 상관 관계가 있다는 결과를 얻었지만, 대수 영역과의 관계에 대해서는 일관된 연구 결과가 제시되지 않았다. 예를 들면, Lean과 Clement(1981)에 따르면, 공간 능력은 기하 영역이외의 수학 영역에서의 학업 성취도를 예언할 수 없다고 하였다.

3. 수학적 문제 해결 전략 선택에 영향을 미치는 요인

문제란 명확하게 인식된 목표에 도달하기 위한 알고리즘을 찾으려는 사람에게 상당한 혹은 적어도 어느 정도의 어려움이 수반되는 문제를 말한다. 따라서 문제 해결은 문제에 대한 의식

과 문제를 해결하고자 하는 욕구와 의지가 수반되는 반성적 사고 활동으로 목적 달성을 위하여 지식으로 통제된 활동이다(우정호, 1998). Schoenfeld(1985)는 문제 해결 행동과 관련된 요인으로 자원, 발견술, 통제, 실행체계를 들었다. 이중, 발견술은 문제를 해결하기 위한 전략과 기술을 말하는데, 문제 해결 전략이란 문제 해결에 도움이 되는 일반적인 절차나 단서가 되는 생각으로 해결의 실마리를 얻도록 하는 방법이다. 문제를 해결하려면 문제 해결자는 주어진 문제의 해결에 사용 가능한 문제해결 전략 뿐 아니라 그 효과도 알고 있어야 한다. 문제를 해결하기 위해서는 이 부분에 대한 지식이 무엇보다 중요하다.

수학 문제 해결 수행에 영향을 미치는 문제 해결자와 관련된 요인으로서는 나이, 성별등과 같은 배경 변인, 공간 지각능력, 장독립·장의존성, 언어능력, 조보자와 전문가 등이 있다. 특히, 문제 해결 수행에 있어서 문제 해결 전략의 선택은 중요한데, 직성, 인지 형태 또는 학업 성취 등의 문제 해결자 변인들과 문제 해결자가 선택하는 문제 해결 전략 사이에 의미 있는 관계가 있다는 연구들이 있다. 예를 들면, Kil(1989)은 학습자가 가지고 있는 실행, 지식들이 전략의 학습이나 전략의 선택과정에 직접적이고도 밀접하게 관련되어 있음을 보였다. 본 연구에서는 문제 해결자와 관련된 요인으로 논리적 사고력과 공간 시각화 능력을, 문제 해결 전략으로 시각적 전략과 미시각적 전략으로 구분하여, 전략 선택에 영향을 주는 요인을 연구하고자 하였다.

III. 연구방법 및 절차

1. 연구대상

연구문제1과 연구문제2를 위하여, 논리적 사고력, 공간 시각화, 수학 학업 성취도, 수능 수학 성취도를 알아보고자 서울시 소재 M고등학교 2학년 학생 175명을 대상으로 5월 둘째 주

와 셋째 주에 걸쳐 검사를 실시하였다. 이중 결과를 해석하기 어렵다고 판단한 10명의 답안지를 제외하고 165명의 답안지만을 분석하였다.

연구문제3을 위하여 수학 학업 성취도와 수능 모의성취도가 비슷한 학생들 중 논리적 사고력과 공간시각화 능력 둘 중 한 쪽 능력만이 우세한 학생들이 문제 해결 과정에서 보이는 특성이 어떠한지를 알아보기 위해 수학성취도가 높은 학생들 중 논리적 사고력과 공간시각화 능력에서 차이를 보이는 학생 4명을 연구대상으로 하였다. 연구에 들어가기에 앞서 본 실험에서 실시할 문항지에 대한 타당도를 검증하고자 서울 종로구 소재 K고등학교 3학년 학생 3명을 대상으로 예비 검사를 실시하였다.

2. 연구도구 및 채점방법

가. 논리력 검사지(GALT)

논리력을 검사하기 위하여 미국 Georgia 대학에서 1982년에 개발하고, 1985년에 서울대학교 화학교육과에서 번역한 검사인 GALT지를 사용하였다. 검사지의 신뢰도는 Cronbach's alpha를 이용한 내적 신뢰도를 측정하여 전체 alpha 계수가 .85이고, 각 하위 조작들의 계수는 .37에서 .83 사이에 있다. 타당도는 전체 타당도 계수 .71을 얻었다. 또한, 요인 분석에서는 모든 하위 조작들이 loading .44에서 .70 까지 보였다(송미경, 1990). 문제는 총 21문항으로, 21점 만점 중 8개 이하를 맞은 학생은 구체적 조작기, 9~15개이면 과도기, 16개 이상이면 형식적 조작기로 분류하였다.

나. 공간시각화 능력 검사지(PSVR Test)

본 연구에서는 고등학교 2학년 학생들을 대상으로 공간시각화 능력을 알아보고자, Purdue 대학교에서 제작한 공간 시각화-회전 검사(PSVR: Purdue Spatial Visualization-

Rotations Test)를 실시하였다. PSVR 검사는 30문항의 회전에 관한 문제로 구성되어 있다. K-R₂₀으로 측정한 신뢰도 계수가 .80이며, 공간 능력을 측정하기 위한 타당한 도구라는 것이 이미 밝혀졌다(전선경, 1997). 채점 방법은 30문항 중에 맞은 개수를 공간시각화 능력의 점수로 한다.

나. 문제 해결 전략 선택의 경향성 파악을 위한 검사지

총 6개의 문항으로 구성하였으며 1~5번 문항은 Presmcg가 제작한 MPI(Mathematical Processing Instrument)의 6문제(한지은, 2001) 중 5문항을 선별하였다. PMI의 모든 문항들이 모두 시각적 경향성과 미시각적 경향성에 대한 판단을 위한 것으로서 이중 5문항을 추출하였다. 6번 문항은 고등학교 1학년 공통수학 교과서에서 출제하였으며, 문제의 이해 부분에 초점을 맞추어 분석하였다. 그리고 Presmcg의 분류에 따라 시각적 경향성과 미시각적 경향성을 분류하였다.

라. 수학성취도

수학성취도에 대해서는 내신 수학성취도와 대학수학능력시험 수학성취도의 두 가지 성취도를 사용하였다. 우선 내신성취도는 대상학생들의 2002학년도 중간고사 성적으로 하였고, 수능성취도는 연구 대상학생들이 2002학년도 3월에 실시한 대학수학능력 모의시험 결과를 데이터로 활용하였다. 내신성취도의 범위는 수학 I의 행렬, 수열 단원으로 대수영역의 문제들로 구성되어 있다. 수능 모의고사의 범위는 공통수학 전범위로 대수와 기하영역의 문제들로 구성되어 있다. 현 고등학교 2학년 학생들의 대학수학능력시험 성적이 없거나, 그에 준하는 사전 모의고사 시험 성적을 활용하였으며, 이는 고3학생들이 수능을 대비한 유형에 익숙해지기 전 단계인 고2학생들에 대한 결과로 패턴에 익숙

해지기 전 단계에 실시된 평가라는 점에서 본 연구에 적합하다는 판단을 하였다.

IV. 연구 결과 분석

(1) 연구문제 1: 논리적 사고력과 공간시각화 능력이 수학학업성취도와 수능모의고사 수학성취도에 영향을 미치는가?

변수설정에 있어 논리적 사고력과 공간시각화 능력을 성취도에 영향을 미치는 독립변수로, 수학학업성취도와 수능모의고사 수학성취도를 종속변수로 하였다. 본 연구에서의 네 가지 요인에 대한 기술통계를 아래의 <표 1>에 제시하였다.

<표 1> 논리적 사고력, 공간시각화능력, 내신성취도, 수능성취도에 대한 기술통계

	N	최소값	최대값	평균	표준편차
논리사고	165	1	19	10.90	4.28
공간시각	165	1	30	19.38	6.43
내신성취	165	24	99	79.45	17.85
수능성취	165	2	70	26.39	12.60

위 표에서 논리적 사고력에 대한 만점은 21점, 공간시각화에 대한 만점은 30점, 내신성취도에 대한 만점은 100점, 수능성취도에 대한 만점은 80점이다. <표 1>의 결과에서 눈에 띄는 점은 내신성취도와 수능성취도에서의 평균점수에서 큰 폭의 차이를 보이고 있다. 이를 100점 만점으로 환산 비교하여도 내신성취도는 79.5이고, 수능성취도는 33.0으로 여전히 큰 폭의 차이가 있다. 이는 내신 수학 평가는 교과서 위주의 문항으로 이미 수업시간에 다룬 문제들을 중심으로 평가한 것으로 학생들이 사전에 평가 문항들에 대한 대비가 가능한 평가였던 반면, 수능모의 평가는 교과서를 주 범위로 하되 좀 더 사고력을 요하는 문항들로 고등학교 1학년까지 익숙해있던 내신 평가 문항들과는 유형이

다른 문항으로 구성되어 있다. 이에 수능 모의 평가 결과에 대해서는 학생들이 문제 유형에 익숙해 있지 않았다는 점이 이러한 차이를 보인 원인으로 추정할 수 있다.

1) 논리적사고력, 공간시각화, 내신성취도, 수능성취도간의 상관관계수는 어떠한가?

위에 제시한 네 가지 요인들 간의 상관관계수를 살펴보면 다음과 같다.

<표 2> 논리적사고력, 공간시각화능력, 내신성취도 및 수능성취도와의 상관분석

	논리사고	공간시각	내신성취
공간시각	.447		
내신성취	.385	.167	
수능성취	.433	.236	.421

<표 2>에 따르면, 논리적 사고는 수학 성취도(내신성취도, 수능성취도)에 영향을 미치는 공간 시각화 능력은 비교적 낮은 상관관계를 보임으로 수학성취도에 별 영향을 미치지 않는 것으로 나타났다. 이는 선행연구(전선경, 1996)에서 공간시각화 능력이 학업성취도에 영향을 미친다는 사실과는 약간 다른 결과가 나왔다. 본 연구와 전선경의 연구는 같은 검사지를 사용했고, 성취도 평가영역에서 전선경의 연구는 기하영역의 성취도와 비교한 결과로서, 본 연구와는 성취도 평가 영역 부분에서의 차이를 간과할 수 없다. 본 연구에서는 내신성취도는 대수영역을 평가한 것이고, 수능성취도에서는 대수와 기하영역이 다뤄졌으나 주로 대수영역의 문제가 많았다. 이에 기하영역이 조금이라도 포함되어 있는 수능이 기하영역을 전혀 포함하고 있지 않은 내신성취도에 비해 상관관계가 조금은 높게 나왔다. 이로 미루어 볼 때, 공간시각화 능력은 수학의 세부영역 중 대수영역과는 상관관계가 크지 않다고 볼 수 있다. 본 연구의 결과는 선행 연구 결과(예, Lean & Clement,

1981)와 비교하여 볼 때, 공간시각화 능력과 대수영역의 성취도가 우리나라 고등학생에게서도 상관관계가 없음을 보여준 것으로 생각할 수 있다.

2) 논리적 사고력과 공간시각화 능력의 수학성취도(내신성취도/수능모의 성취도)에 대한 상대적인 영향력은 어떠한가?

① 내신성취도에 대한 영향 : 논리적 사고력과 공간시각화 능력의 내신성취도 및 수능수학성취도에 대한 상대적 영향력을 분석하기 위하여 중다회귀분석을 실시하였다. 논리적 사고력과 공간시각화 능력이 내신성취도에 미치는 영향은 다음의 <표 3>과 같다.

<표 3> 논리적 사고력과 공간시각화 능력이 내신성취도에 미치는 영향

모형	B	표준오차	β	t	유의확률	R제곱
(상수)	62.118	4.460		13.927	.000	.149
논리사고	1.619	.338	.388	4.790	.000	
공간시각	-.02	.225	-.006	-.072	.942	

논리적 사고력의 회귀계수: 1.619, t값은 4.790, 이에 따른 유의확률은 .000으로서 유의수준 .05에서 논리적 사고력은 내신성취도에 유의한 영향을 미치는 것으로 나타났다. 한편, 공간시각화 능력의 회귀계수는 -.02, t값은 -.072, 이에 따른 유의확률은 .942로서 공간시각화 능력은 내신성취도를 유의하게 예측해주지 못하는 것으로 분석되었다. 한편, 종속변수에 대한 독립변수의 설명력을 나타내는 결정계수는 .149로서 논리적 사고력과 공간시각화 능력은 내신성취도 변화량의 14.9%를 설명해 준다.

② 수능성취도에 대한 영향 : 논리적 사고력과 공간시각화 능력이 수능성취도에 미치는 영향은 다음의 <표 4>와 같다.

<표 4> 논리적 사고력과 공간시각화 능력이 수능성취도에 미치는 영향

모형	B	표준오차	β	t	유의확률	R제곱
(상수)	11.227	3.071		3.656	.000	.19
논리사고	1.207	.233	.410	5.187	.000	
공간시각	.103	.155	.053	.668	.505	

논리적 사고력의 회귀계수는 1.207, t값은 5.187, 이에 따른 유의확률은 .000으로서 유의수준 .05에서 논리적 사고력은 수능성취도에 유의한 영향을 미치는 것으로 나타났으나, 공간시각화 능력은 수능성취도를 유의하게 예측해주지 못하는 것으로 분석되었다. 논리적 사고력과 공간시각화 능력은 수능성취도 변화량의 19%를 설명해 준다.

3) 학생들의 수학성취도와 관련된 변수들 간의 가설적 인과모형은 어떠한가?

학생들의 수학성취도와 관련된 변수들 간의 가설적 인과모형을 검증하기 위하여 Lisrel 8.12을 이용하여 공변량 구조분석을 실시하였다. 분석자료로 변량 공변량 행렬이 사용되었으며 모수추정을 위해 최대우도법을 적용하였다. 공변량 구조분석을 통하여 검증하고자 한 내용은

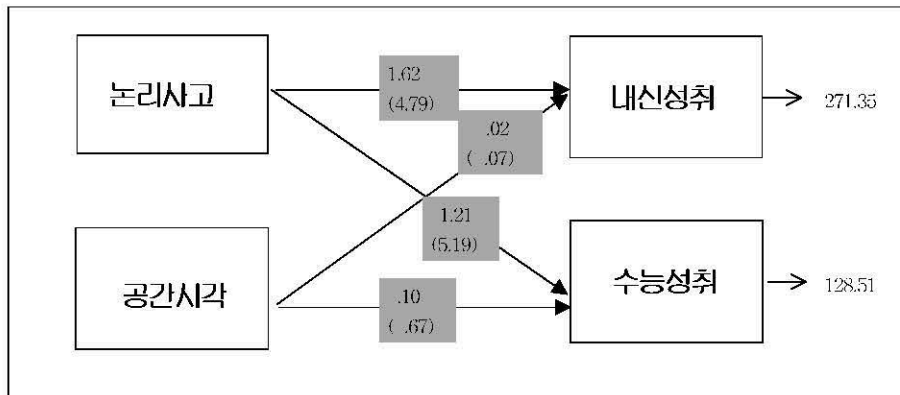
다음과 같다. 첫째, 선행연구에 비추어 구축한 변수들간의 가설적 인과모형이 경험적 자료에 비추어 얼마나 적합한 것인지를 검증한다. 둘째, 가설적 인과모형이 적합하지 않을 경우 모형의 수정을 통하여 이론적으로 적합하면서 간명한 모형을 탐색한다. 모형의 수정은 수정지수(modification index)가 4이상인 경로를 추가하여 간명성을 훼손하지 않는 범위내에서 최적합한 모형을 탐색한다. 모형이 적합하면 적합도를 훼손하지 않는 범위내에서 통계적인 유의성이 없는 고정지수($t < \pm 2$)를 가진 경로를 제거하여 보다 간명한 모형을 탐색한다.

논리적 사고력과 공간시각화 능력이 내신 학업성취도와 수능모의 수학학업성취도에 미치는 영향이 어떤지에 대한 가설 모형의 적합도 분석은 아래의 [그림 1]과 같다.

그림에 제시된 가설적 인과모형의 적합도에 대한 분석결과는 <표 5>와 같다.

<표 5> 가설적 인과모형의 전반적 적합도 지수

구분	$\chi^2(df)/\text{유의확률}$	RMSEA	GFI	AGFI	CFI
적합도 지수	16.09(1)/p=.000	.31	.96	.55	.86
적합도 기준	p>.05	.05	>.90	>.90	>.90
판정	부적합	부적합	적합	부적합	부적합
수정지수	MI=15.14 (학업성취→수능성취)				



[그림 1] 수학성취도와 관련된 변수들간의 가설적 인과모형³⁾

모형의 적합도를 나타내는 다섯 가지 적합도 지수들 중 GFI를 제외한 대부분이 가설적 인과 모형의 부적합함을 나타내고 있으므로 모형의 수정이 필요함을 알 수 있다. 수정지수에 의하면 내신성취→수능성취의 경로를 더 추가하였을 때 χ^2 의 값이 15.14만큼 감소하므로 학생들의 수학성취와 관련된 변수들간의 관계구조를 제대로 설명하기 위해서는 모형을 더 확대시키는 것이 바람직하다. 그러나 경로를 더 추가하게 되면 자료의 수와 산출될 미지수와 동일하게 되어 포화모형이 된다. 포화모형에서는 산출될 미지수와 자료의 수가 같아 미지수가 고유한 값을 갖기는 하지만 이론적 모형으로서 전혀 간명성이 없기 때문에 통계적 검증이 불가능하므로 분석의 의미가 없으므로 [그림 1]의 경로 계수 중 내신성취 → 수능성취의 경로를 추가함과 동시에 t값의 절대값이 2보다 작은 경로를 제거하여 모형의 적합도를 검증하였다. 통계적으로 유의하지 않은 경로는 공간시각→내신성취(-.02), 공간시각→수능성취(.10)로서 이를 제외한 나머지 변수들간의 관계를 검증한 결과는 [그림 2]와 같다.

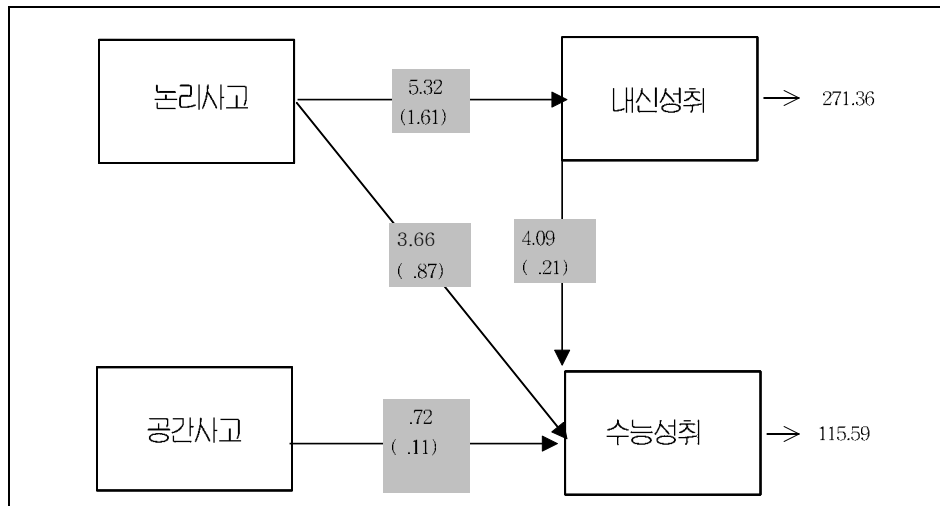
4) 학생들의 수학성취와 관련된 변수들간의 수정 경로모형은 어떠한가?

수정된 모형의 적합도를 제시하면 다음의 <표 6>과 같다.

<표 6> 수정 경로모형의 전반적 적합도 지수

구분	$\chi^2(df)/유의확률$	RMSEA	GFI	AGFI	CFI
적합도 지수	0.54(2)/p=.77	.00	1.00	.99	1.00
적합도 기준	p>.05	.05	>.90	>.90	>.90
판정	적합	적합	적합	적합	적합

수정모형의 적합도를 검증한 결과 내신성취 → 수능성취의 경로를 추가하고 공간시각→내신성취, 공간시각→수능성취의 경로를 제거함으로써 다섯 가지 적합도 지수 모두 양호한 것으로 분석되었다. 따라서 본 연구에서 설정한 공간시각화 능력이 학생들의 수학성취에 미치는 직접효과와 간접효과가 모두 부정되었다. 공간시각화



[그림 2] 수학성취도와 관련된 변수들간의 수정 경로모형⁴⁾

2) 가설인과 모형의 비표준화 경로계수와 t값에 대한 추정. 숫자표기에서 윗줄이 비표준화 경로계수, 아랫줄이 t값 추정치

2) 수정 경로모형의 비표준화 경로계수와 t값 추정, 숫자표기 윗줄은 비표준화 경로계수, 아랫줄은 t값 추정치

능력을 제외한 변수들간의 전체효과와 간접효과 및 직접효과를 제시하면 <표 7>과 같다.

<표 7> 수정 경로모형의 직접효과 및 간접효과				
경로	전체효과	직접효과	간접효과	간접효과경로
논리적 사고력 → 학업성취	1.51	1.61		
학업성취 → 수능성취	.21	.21		
논리적 사고력 → 수능성취	1.28	.94	.34	논리사고→ 내신성취

학생들의 수학성취와 관련 있는 변수들을 설명하기 위해 본 연구에서 설정한 독립변수 중 공간시각화 능력은 학생들의 내신성취도와 수능성취도에 유의한 영향을 미치지 못하는 것으로 나타났으며, 논리적 사고력은 학업성취도와 수능 모의고사 성취도를 예측해 줄 수 있는 의미 있는 변수이며, 학업성취도 역시 수능 모의고사 성취를 유의하게 설명해 줄 수 있는 변수로 분석되었다.

2. 연구문제 2: Piaget의 인지수준발달 이론에 따른 분류에 의해 생긴 집단별 내신성취도, 수능성취도, 공간시각화의 차이는 어떠한가?

1) 인지수준별 내신성취도를 비교분석한 결과

본 연구에서는 과도기를 구체적 조작기에서 형식적 조작기로 넘어가는 단계로 보았다. 검사에 참여한 학생들 중 30.9 %가 구체적 조작기에, 52.7%가 과도기에, 16.4%가 형식적 조작기에 속하였다. 위 결과에서 눈에 띄는 부분은 형식적 조작기에 속하는 학생들의 평균이 높은 것은 물론 최소값과 최대값의 차이가 좁다는 것이다. 집단별 내신성취도에 유의한 차이가 있는지를 알아본 결과는 다음 <표 8>과 같다.

<표 8> 인지수준별 내신성취에 대한 기술통계

집단	N	평균	표준편차	최소값	최대값	범위
구체적	51	69.95	21.58	24	99	75
과도기	87	82.24	14.74	30	99	69
형식적	27	88.43	10.49	67	99	32
합계	165	79.45	17.85	24	99	75

유의수준 .05에서 집단에 따라 내신성취도에 유의한 차이가 있다. 어떤 집단 간에 통계적으로 유의한 차이가 있는지 Scheffé방법에 의해 사후비교분석을 실시한 결과는 <표 9>와 같다. 여기서 표의 간명성을 위해 구체적 조작기를 집단 1, 과도기를 집단 2, 형식적 조작기를 집단 3으로 표시하였다.

<표 9> 집단별 내신성취도에 대한 분산분석표

분산원	제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
논리 집단	7432.213	2	3726.107	13.468	.000
오차	44817.899	162	276.654		
합계	52270.112	164			

유의수준 .05에서 구체적 조작기와 과도기, 구체적 조작기와 형식적 조작기의 내신성취도에 유의한 차이가 있었다. 과도기의 학생과 형식적 조작기 학생들과는 유의한 차이를 보이지 않고 있음을 알 수 있다.

<표 10> 집단별 내신성취도에 대한 사후분석결과

집단	\bar{y}	SE \bar{y}	$t_{\bar{y}}$	유의확률
집단1 : 집단2	-12.28	2.93	-4.19	.000
집단1 : 집단3	-18.47	3.96	-4.66	.000
집단2 : 집단3	6.19	3.66	-1.69	.243

2) 인지수준별 수능성취도를 비교 분석한 결과

<표 11>에서 볼 수 있는바와 같이, 내신성취도 분석결과와 마찬가지로 형식적 조작기의 학

생들의 최소값이 다른 집단의 학생들보다 눈에 띄게 높았다.

<표 11> 인지수준별 수능성취도에 대한 기술통계

논리집단	N	평균	표준편차	최소값	최대값	범위
구체적	51	20.47	11.62	2	57	55
과도기	87	26.87	11.27	6	70	64
형식적	27	36.00	12.51	19	62	43
합계	165	26.39	12.60	2	70	68

<표 12>에서 알 수 있는 바와 같이, 유의수준 .05에서 집단에 따라 수능성취도에 유의한 차이가 있었다. 어떤 집단 간에 통계적으로 유의한 차이가 있는지 Scheffé방법에 의해 사후비교분석을 실시한 결과는 <표 13>과 같다. 유의수준 .05에서 구체적 조작기와 과도기, 구체적 조작기와 형식적 조작기, 과도기와 형식적 조작기의 수능성취도에 유의한 차이가 있었다.

<표 12> 집단별 수능성취도차이에 대한 분산분석표

분산	제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
논리 집단	4300.861	2	2150.430	16.023	.000
오차	21742.315	162	134.212		
합계	26043.176	164			

<표 13> 집단별 수능수학성취도에 대한 사후분석결과

집단	$\bar{\phi}$	$SE_{\bar{\phi}}$	$t_{\bar{\phi}}$	유의확률
집단1 : 집단2	6.40(*)	2.04	3.14	.008
집단1 : 집단3	15.53(*)	2.76	5.63	.000
집단2 : 집단3	9.13(*)	2.55	3.58	.002

3) 인지수준별 공간시각화 능력에 대한 비교분석 결과

<표 14>에서 볼 수 있는 바와 같이, 이 결과에서 형식적 조작기에 속하는 학생들의 최저점수가 다른 두 집단에 비해 높게 나타났다. 하지

만 과도기와 구체적 조작기에 있는 학생들의 최저 점수에는 의미 있는 차이가 없었다. 그리고 유의수준 .05에서 집단에 따라 공간시각화 점수에 유의한 차이가 있었다

<표 14> 인지수준별 공간시각화 능력에 대한 기술 통계

논리집단	N	평균	표준편차	최소값	최대값
구체적	51	15.98	5.83	4	27
과도기	87	20.40	6.13	1	30
형식기	27	22.48	5.92	10	30
합계	165	19.38	6.43	1	30

<표 15> 집단별 공간시각화 점수 차이에 대한 분산 분석표

분산원	제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
논리집단	940.062	2	470.031	13.037	.000
오차	5840.641	162	36.053		
합계	6780.703	164			

어떤 집단간에 통계적으로 유의한 차이가 있는지 Scheffé방법에 의해 사후비교분석을 실시한 결과는 <표 16>과 같다.

유의수준 .05에서 구체적 조작기와 과도기, 구체적 조작기와 형식적 조작기의 공간시각화 점수에 유의한 차이가 있었다.

<표 16> 집단별 공간시각화 점수 차이에 대한 사후 분석결과

집단	$\bar{\phi}$	$SE_{\bar{\phi}}$	$t_{\bar{\phi}}$	유의확률
집단1 : 집단2	4.42	1.06	4.18	.000
집단1 : 집단3	6.50	1.43	4.55	.000
집단2 : 집단3	2.08	1.32	1.57	.293

3. 연구문제 3: 내신성취도와 수능

성취도가 비슷한 학생들 중 논리적 사고력과 공간시각화 능력들 중 한쪽으로 치우친 학생들이 문제 해결 과정의 전략에서 보이는 특징은 어떠한가?

연구문제 3을 위해 분석대상 4명의 학생의 4가지 요인에 대한 자료는 다음의 <표 17>과 같다.

<표 17> 연구학생의 요인별 점수

	학생 a	학생 b	학생 c	학생 d
논리적 사고력	19(21)	18(21)	9(21)	14(21)
공간시각화능력	24(30)	21(30)	29(30)	29(30)
내신성취도	96(100)	92(100)	93(100)	91(100)
수능성취도	33(80)	45(80)	31(80)	45(80)

* ()안의 숫자는 해당 요인의 만점을 의미한다.

학생 a, b는 논리적 점수가 매우 높으나 공간 시각화 점수는 평균 보다 조금 높고(a는 연구 대상 학생 중 제일 높은 점수를 받았음), 학생 c, d는 공간시각화 능력에서 높은 점수를 보였지만 논리적 사고력 점수가 평균 전후인 학생이다. 본 연구 문제는 문제 해결 과정의 경향성을 알고자 한 것이어서 내신 정적과 수능 성적이 일정 수준이상이며 거의 같은 점수대인 학생들을 선정하였다. 문제 5와 문제 6에 대한 학생들의 문제 해결 과정의 예는 다음과 같다.

문제 5: 한 병에는 다른 병에 있는 우유의 두배가 들어있다. 양쪽 병에서 각각 20 l의 우유가 쏟아져 나왔을 때, 첫 번째 병에는 두 번째 병에 있는 우유의 3배가 남아 있었다. 그렇다면 각각의 병에 원래 있었던 우유의 양을 구하여라.

$$\begin{aligned} & 1:2 \\ & 1:20 = (20-20) \end{aligned}$$

< 학생 a >

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{l} \text{관병 } 2x \\ \text{대병 } x \end{array} \right) & \Rightarrow (2x-20) = (x-20) \times 3 \\ & \Rightarrow 2x-20 = 3x-60 \\ & \Rightarrow -x = -40 \\ & \Rightarrow x = 40 \end{aligned}$$

< 학생 b >

$$\begin{aligned} & 2x \\ & 2x-20 = (x-20) \times 3 \\ & 3x-60 = 2x-20 \\ & x = 40 \end{aligned}$$

< 학생 c >

$$\begin{aligned} & 2x-20 = 3(x-20) \\ & 2x-20 = 3x-60 \\ & 3x-40 = 3x-120 \\ & x = 80 \\ & \text{첫번째병} = 80 \\ & \text{두번째병} = 40 \end{aligned}$$

< 학생 d >

[그림 3] 문제 5에 대한 학생들의 풀이과정

문제 5의 문제 해결 방법은 Presmeg의 문제 Part 2를 참조하여 다음의 3가지로 분류하였다.

- 풀이 1.** 기호와 방정식을 사용하여 문제 해결
- 풀이 2.** 우유의 양을 나타내는 다이어그램을 그려서 문제 해결.
- 풀이 3.** 풀이 2와 같이 문제해결, 그렇지만 마음 속으로 다이어그램을 그림.

풀이 1은 비시각적인 방법으로, 풀이 2와 풀이 3은 시각적인 방법으로 분류하였다. 학생 a와 b는 풀이 1에 해당하는 것으로 비시각적인 방법으로 분류를 하였다. 학생 c와 d의 풀이는 풀이 2에 근접한 것으로 시각적인 방법으로 분류하였다. 논리적 사고력이 높고 공간 시각화 능력이 상대적으로 낮은 학생들은 비시각적인 방법을 이용하였고, 논리적 사고력이 낮지만 공간 시각화 능력이 높은 학생들은 시각적인 방법을 이용하여 문제를 해결하였음을 알 수 있다.

문제 6: 연립일차방정식 $(2-k)x+3y=0$ 이 $2x+(1-k)y=0$ 이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖기 위한 상수 k 의 값을 구하고, 이 문제가 그래프 상에서 어떠한 의미를 가지는지 설명하시오.

$$\begin{pmatrix} 2-k & 3 \\ 2 & 1-k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(2-k)(1-k) - 3*2 = 0
 $(2-k)(1-k) = 6$
 $2-2k-k+1-k^2 = 6$
 $-k^2-3k-4 = 0$
 $k^2+3k+4 = 0$
 $(k+4)(k-1) = 0$
 $k = -4$ or $k = 1$

< 학생 a >

$$\begin{pmatrix} 2-k & 3 \\ 2 & 1-k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

그래프 상에서 두 직선을 나타내는 직선이 $(0,0)$ 이외의 해를 갖는 것은 직선 일치라는 말과 같다. \therefore 두 직선의 기울기가 같아야 한다.

$$(2-k)(1-k) - 6 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 3k - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (k-4)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 4 \text{ or } -1$$

< 학생 b >

$$\begin{pmatrix} 2-k & 3 \\ 2 & 1-k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

한쪽 의미

$$(2-k)(1-k) - 6 = 0$$

$$2-2k-k+1-k^2-6=0$$

$$-k^2-3k-4=0$$

$$(k-4)(k+1)=0$$

$$k=4 \text{ or } -1$$

두 직선의 기울기가 같아야 한다.

< 학생 c >

$$\begin{pmatrix} 2-k & 3 \\ 2 & 1-k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(2-k)(1-k) - 6 = 0$$

$$k^2 - 3k - 4 = 0$$

$$(k-4)(k+1) = 0$$

$$k = 4 \text{ or } k = -1$$

$-2x+3y=0$
 $2x+(1-k)y=0$

$y = \frac{2}{3}x$
 $y = -\frac{1}{2}x$

한쪽 의미는 같다.

< 학생 d >

[그림 4] 문제 6에 대한 학생들의 풀이 과정

학생들의 문제 6에 대한 풀이에 의하면, 논리적 사고력이 높고 공간 시각화가 낮은 그룹과 논리적 사고력이 낮고 공간 시각화가 높은 그룹 두 그룹이 문제 자체를 이해하는데 차이를 보이고 있었다. 이 문제를 통하여 보고자 했던 것은 문제의 두 번째 물음에 대한 학생들의 반응으로 두개의 직선이 일치함을 설명할 수 있는가를 보는 것이었다. 학생 a, b는 문제를 올바르게 이해해 답을 설명한 반면, 학생 c, d는 애매한 답을 서술하였음을 알 수 있었다. 최병순(1987)에 따르면, 과학 교과에서 논리적 사고력이 높은 학생이 어려운 문장제를 접했을 때 문제에 대한 높은 이해력을 발휘한다는 연구 결과가 수학에서도 성립함을 알 수 있다. 학생들이 문제 해결 과정에서 선택한 전략(시각적/비시각적)은 다음 <표 18>과 같다.

문제 1~5번은 시각화의 경향성을 알아보는 문제였고, 문제 6은 문제의 문맥적 의미를 알아보는지를 묻는 문제였다. 연구 결과, 논리적 사고력이 높고 공간 시각화 능력이 낮은 학생보다는 공간 시각화 능력이 높고 논리적 사고력이 낮은 학생들이 좀 더 시각적으로 해결하려는 경향이 있었다. 또한 문맥의 의미를 파악해야 하는 문제 6에 대한 반응은 논리적 사고력이 높은 학생들이 논리적 사고력이 낮은 학생들보다 문제를 더 잘 이해함을 알 수 있었다.

<표 18> 연구대상 학생들의 문제 해결 과정에서의 시각화 경향성

	연구대상 a	연구대상 b	연구대상 c	연구대상 d
문제 1	N	N	V	V
문제 2	V	V	V	N
문제 3	V	N	V	N
문제 4	V	V	V	V
문제 5	N	N	V	V
문제 6	문제를 이해	문제를 이해	문제를 잘못 이해	문제를 잘못 이해
전략	V: 3개	V: 2개	V: 5개	V: 3개
	N: 2개	N: 3개	N: 0개	N: 2개

(V: 시각적 경향성을 보인 풀이, N: 비시각적 경향성을 보인 풀이)

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 논리적 사고력과 공간시각화 능력이 수학성취도에 미치는 영향을 알아보고, 수학성취도가 비슷한 학생들 중 논리적 사고력과 공간시각화 능력 중 한 가지 능력이 높은 학생을 대상으로 각각의 학생들이 문제 해결 과정에서 보이는 경향성을 비교 관찰하였다. 연구 결과는 다음과 같다.

첫째, 논리적 사고력과 수학성취도는 서로 상관관계가 있었으며, 공간시각화 능력과 수학성취도 사이에는 상관관계가 낮게 나타났다. 논리적 사고력과 공간시각화 능력의 수학 성취도에 대한 상대적 영향력에 대한 결과는 논리적 사고력이 공간시각화에 비해 수학 성취도에 좀 더 밀접한 영향을 미치고 있었으며, 이로 인해 논리적 사고력이 높은 학생들의 수학성취도가 높게 나타났다.

둘째, 내신성취도에서는 구체적 조작기와 형식적 조작기, 구체적 조작기와 과도기에서 유의미한 차이가 있었으며, 수능성취도에서는 구체적 조작기와 과도기, 구체적 조작기와 형식적 조작기, 과도기와 형식적 조작기에서 유의미한 차이가 있었다. 공간 시각화 점수에서는 구체적 조작기와 과도기, 구체적 조작기와 형식적 조작기 사이에서 유의미한 차이가 있었다.

셋째, 논리적 사고력이 높고 공간 시각화 능력이 낮은 학생들보다 공간 시각화 능력이 높

고 논리적 사고력이 낮은 학생들이 문제 해결 과정에서 시각적 전략을 선택하였다. 그리고 문장제 문제의 문맥의 의미를 묻는 문제에서는 형식적 사고기에 있는 학생들이 문제에 대한 이해를 올바르게 하였다.

이상의 연구결과를 바탕으로 다음의 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 본 연구의 결과에서 공간시각화 능력이 대수 영역의 성취도를 설명하는데 영향력이 없는 요소임이 밝혀졌다. 물론 선행연구에서 기하 영역과의 상관관계는 있었으나, 공간시각화 능력자체가 수학과목 전체의 능력을 평가해줄 수 있는 잣대가 될 수 있는지 심도 있는 연구가 필요하다.

둘째, Piaget의 인지 발달 이론에 따르면 13~16세 학생들이 형식적 조작기에 속함에도 불구하고, 본 논문의 연구대상이었던 고등학생(16세)의 83.6%가 과도기와 구체적 조작기에 머물러 있었다. 이에 대해 현재의 수학교육이 이러한 학생들의 인지수준을 고려한 것이었는지 묻혀져야 할 필요가 있다.

셋째, 연구 문제 3은 4명의 학생들을 대상으로 연구되었지만, 본 연구의 결과로 논리적 사고력이 높고 공간 능력이 낮은 학생보다는 논리적 사고력이 낮고 공간 시각화 능력이 높은 학생들이 문제 해결 전략에서 시각화 경향성을 높게 보였음을 알 수 있었다. 개인차와 문제 해결 전략 선택에 대한 연구가 좀 더 대규모의 학

생들을 대상으로 이루어져서 의미 있는 결과를 얻을 수 있다면, 이것은 수학교사들이 학생들의 특성을 고려하여 문제해결 전략을 적절히 활용하여 지도함으로써 학생들의 수학성취도를 향상시키는데 도움이 될 것으로 보이고 이에 대한 심층 연구가 필요하다.

넷째, 본 연구의 결과인 논리적 사고력과 수학성취도가 서로 상관이 있음에 비추어 볼 때, 논리적 사고력의 향상은 수학 성취도 향상에 기여할 수 있다고 생각된다. 따라서 논리적 사고력의 향상을 위한 프로그램⁵⁾은 중요하다고 보며, 이를 위한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- 송미경(1990). 「집단 논리적 사고력 김사 (GALT)의 타당화 연구」. 석사학위논문, 서울여자대학교.
- 우정호(1998). 「학교수학의 교육적 기준」. 서울: 서울대학교출판부.
- 이기중(2000). 「구조방정식모형」. 서울 : 교육과학사.
- 전선경(1997). 「중학생의 공간 시각화 능력에 대한 연구」. 석사학위논문, 이화여자대학교.
- 최병순(1987). 학생들의 인지수준과 구체적 및 형식적 과학내용과의 관계 연구. 「화학교육」, 제14권 제1호, 30-43.
- 한지은(2001). 「프레임 기하가 학생들의 시각적 사고에 미치는 영향에 대한 사례 연구」. 석사학위논문, 이화여자대학교.
- 황정규(1984). 「인간의 지능」. 서울: 민음사.
- Adey, P. S. & Shayer, M.(1992). Accelerating the development of formal thinking in middle and high school students II: Project effects on science achievement. *Journal of Research in Science Teaching*, 29(1), 81-92.
- Ben Chaim, D., Lappan, D. & Houang, R.T.(1988). The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25, 51-71.
- Clement, D. II. & Battista, M. T.(1992). Geometry and spatial reasoning. In Grows, D.A. (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (420-464). Macmillan Publishing Company.
- Fennema, E. & Sherman, J.(1977). Sex related differences in mathematics achievement, spatial visualization and affective factors. *American Educational Research Journal*, 14, 51-71.
- Fennema, E. & Tarte, L. A.(1985). The use

5) 과학 교과서의 예로는 CASE(Cognitive Acceleration through Science Education)프로그램이 있으며, 이 프로그램은 학생들의 인지 보다 높은 수준의 사고가 가능하도록 하고 그 후에 학업 성취도를 향상시킬 때도 용이하게 할 수 있도록 하는 것을 목적으로 한다. 이 프로그램은 시행한 결과, 인지 수준이 향상되었으며 과학 학업 성취도에서도 효과가 나타났음이 보고되었다(Adey, Shayer, 1992).

- of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 184-206.
- Guay, R. B., & McDaniel, E.(1977). The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8, 211-215.
- Kil, Y. S.(1990). An exploration of the factors affecting the process of heuristics selection. Unpublished doctoral dissertation. The University of Texas, Austin.
- Lean, G., & Clements, M. A. (1981). Spatial ability, visual imagery and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 269-269.
- Presmeg, N. D.(1997). Generalization using imagery in mathematics. In L. D. English(Ed.). *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images*(299-312). Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Schoenfeld, A.II.(1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Whcatley, G. II. (1997). Reasoning with images in mathematical activity, In L. D. English(ed). *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* (281-296). Lawrence Erlbaum Associates.

ABSTRACT

The effects of the abilities of logical thinking and spatial visualization in high school students' mathematics achievement and the process of problem solving.

Lee, Chong Hee · Han, Jung-Hye

(Ewha Womans University · Ewha Womans University)

This study aims to explore the effects of abilities of logical thinking and spatial visualization in high school students' mathematics achievement and the process of problem solving. The main results are as follows.

First, the ability of logical thinking and mathematical achievement seems to have co-related. However, the ability of the spatial visualization and mathematics achievement were show to have the low co-relation.

Second, there was some different mathematics achievements in academic reports between the concrete operational stage and formal operational stage, and between the concrete operational stage and transitional operational stage. The different mathematical

achievement in trial run K-SAT was shown between the concrete operational stage and formal operational stage, between the concrete operational stage and transitional operational stage, and between transitional operational stage and formal operational stage.

Third, four students with the same level of mathematical achievement in both academic report and in trial run of K-SAT are chosen. Those who have higher spatial visualization ability and lower logical thinking ability rather than those who have higher logical ability and lower spatial visualization ability tend to select visual strategies in the process of problem solving.

Key Words : logical thinking, spatial visualization, mathematics achievement, problem solving