

## 2009 개정 수학과 교육과정 지수 개념과 로그 개념에 대한 비판적 고찰

최 지 선(한국교육과정평가원 부연구위원)\*

이 광 상(한국교육과정평가원 연구위원)\*\*

---

### 《 요 약 》

---

2009 개정 수학과 교육과정에서 지수 개념과 로그 개념은 지수함수와 로그함수와 다른 과목으로 편성되는 변화가 있었다. 본 연구는 2009 개정 수학과 교육과정 고등학교 수학Ⅱ의 지수 개념과 로그 개념을 비판적으로 분석함으로써, 교수·학습 과정에서 나타날 수 있는 변화를 파악하고자 한다. 지수 개념과 로그 개념의 이해의 측면에서 2009 개정 교육과정의 변화가 교수·학습 과정 또는 학생의 개념 이해 과정에 어떤 영향을 주는지에 초점을 두었다. 이를 위해 선행 연구들을 분석하고 2009 개정 교육과정 문서와 교과서를 분석하였다. 교육과정의 변화에 따라서 학생들은 지수 개념과 로그 개념을 이해하는 과정에서 다음과 같은 어려움을 겪을 것으로 예상된다. 첫째, 지수함수와 지수함수의 그래프를 배제하고 지수를 실수까지 확장하거나 지수함수의 역함수의 형태로 로그 개념을 정의하고 있어, 지수함수의 역으로써의 로그 정의를 이해하기가 2007 개정 교육과정 때보다 더 어렵게 되었다. 둘째, 수학Ⅱ 과목에서 지수 개념과 로그 개념이 갖는 실생활에서의 유용성을 강조하기가 어려워졌다. 이 연구 결과를 바탕으로 차기 교육과정에서는 지수와 지수함수, 로그와 로그함수를 동일 과목 내에 편성할 것을 제언하였다.

주제어: 2009 개정 수학과 교육과정, 지수 개념, 로그 개념, 지수함수, 로그함수

---

---

\* 제1저자, jschoi@kice.re.kr

\*\* 교신저자, leeks@kice.re.kr

## I. 서론

지수와 로그가 역함수 관계가 있기 때문에, 지수함수와 로그함수를 수학적으로 이해하는 것은 쉬운 일이 아니다. 특히 로그는 지수의 역함수로 정의되기 때문에 학생들이 이해하기 어려워하는 개념이다. 로그를 어떻게 가르칠 것인가에 대한 다양한 견해가 있지만, 일반적으로 지수 개념과 로그 개념의 역사-발생적 과정을 강조하면서, 두 개념이 완전히 분리될 수 없는 개념이기 때문에 상호보완이 되도록 두 개념의 측면을 유기적으로 가르칠 필요가 있다는 주장이 지속적으로 제기되어 왔다(Smith & Confrey, 1994; Weber, 2002a; Tabaghi, 2007; 민세영, 2002; 이정아, 2005; 조정수, 2011).

2009 개정 교육과정 전에, 수학과 교육과정에서는 지수와 로그를 한 단원 내에서 다루어왔다. 순서적으로는 지수와 로그를 학습한 다음에 지수함수와 로그함수를 학습할 수 있었다. 이 경우에도 지수 개념과 로그 개념의 조작적 측면과 구조적 측면은 서로 유기적으로 다루어져야 한다는 여러 가지 논의가 있었다(민세영, 2002; 이정아, 2005; 조정수, 2011; 김부윤, 김소영, 2007).

2009 개정 교육과정에서는 이전과 다른 성격의 논쟁점이 나타났다. 지수 개념과 로그 개념 내용이 크게 변화되었는데, 특히 지수와 로그, 지수함수와 로그함수가 별개의 과목으로 분리되었다. 새 교육과정 이전에는 일반적으로 지수와 로그는 지수와 로그, 지수함수와 로그함수의 순서로 한 과목 내에서 다루어져왔다. 예를 들어, 2007 개정 교육과정에서는 수학 I 과목 내에서 지수와 로그, 지수함수와 로그함수의 순서로 구성되어 있었다(교육인적자원부, 2007). 하지만 2009 개정 교육과정에서는 수학 II 과목에 지수와 로그가, 미적분 II 과목에 지수함수와 로그함수가 포함되었다(교육과학기술부, 2011). 이것은 단순히 이전 교육과정에서 지수와 로그를 학습한 다음에 지수함수와 로그함수를 학습하였기 때문에, 시간상의 차이일 뿐이라고 말할 수 없는 문제이다. 한 과목 내에서 지수와 로그, 지수함수와 로그함수를 학습한다는 것은 교사의 재량에 따라서 통합적으로 학습할 수 있는 것이고, 두 개 과목에서 학습한다는 것은 서로 연계하기가 쉽지 않다는 것을 의미하기 때문이다.

지수와 지수함수의 분리, 로그와 로그함수의 분리에 따라서 교수·학습 과정에서 변화가 나타날 것으로 예상된다. 이에 본 연구는 2009 개정 수학과 교육과정에서의 지수 개념과 로그 개념에서 나타나게 될 교수·학습 과정의 변화를 예상하고자 한다. 이를 위해서 지수 개념과 로그 개념의 이해에 관한 선행 연구들을 분석하고 2009 개정 교육과정 문서와 2009 개정 교육과정에 따른 교과서를 분석하였다. 이러한 분석을 바탕으로 교육과정 변화에 의해서 나타날 수 있는 교수·학습 과정의 변화를 예상하였다.

## II. 지수 개념과 로그 개념 이해의 측면

이 장에서는 지수와 로그 내용 변화를 비판적으로 고찰하기 위하여, 학생들의 이해 정도에 관한 선행 연구 결과와 이해의 측면에서 지수와 로그에 대한 교과서 내용을 분석한 연구 결과들을 살펴본다.

### 1. 지수 개념과 로그 개념의 이해 정도

고등학생과 대학생을 대상으로 하는 선행 연구에서 지수 개념과 로그 개념을 잘 이해하지 못하거나 잘못된 개념을 가지고 있는 학생들이 많다는 사실이 확인되었다. 학생들은 지수와 로그를 잘 이해하지 못하고, 개념적 이해를 하기보다는 절차적인 방법만을 사용하는 경향이 있다(Berezovski, 2006). 또한 학습을 하고 난 직후에도 관련된 성질을 잊어버리거나 그 성질이 참인 이유를 설명하지 못한다고 한다(Confrey & Smith, 1995; Tabaghi, 2007; Weber, 2002b).

Weber(2002a)는 APOS 이론<sup>1)</sup>에 근거하여 지수 개념의 이해 과정을 4단계로 구분하고, 미국의 대학교 학생을 대상으로 이해 정도를 조사하였다(Weber, 2002b). 지수 개념의 이해 과정은 곧 지수와 지수의 값이 함수임을 이해하는 것이지만, 지수가 자연수로 구체적인 계산이 가능한 수준에서 이해하는 것과 지수가 실수까지 확장되더라도 그 의미를 파악하는 수준에서 이해하는 것은 질적으로 다른 것으로 구분하였다. pre-calculus 수업을 받은 14명의 학생들에게 지수함수와 로그함수를 배우고 3주가 지난 후에 이해 정도를 파악하는 문항을 제시하고 면담을 통해 이해 정도를 분석하였다(Weber, 2002b). 그 결과, 많은 학생들이 지수와 로그에 대해서 불완전하게 이해하고 있었다. 예를 들어,  $\log_5 78125$ 를 계산하는 문제에서 4명의 학생은  $5^* = 78125$ 로 바꾸기는 했으나 값을 구하지 못하였는데, 이것은 로그함수를 이해하는 4단계 중 2단계에도 이르지 못한 것이었다. 더욱이 나머지 11명은 여기에도 미치지 못하였고, 연구자는 대부분의 학생들이 1단계를 넘지 못했다고 결론지었다. 즉, 학생들은 지수가 자연수인 경우에 구체적인 계산을 통해서 지수의 값을 찾을 수는 있지만 지수가 유리수인 경우에 지수의 값을 찾는다고거나 지수가 문자로 되어 있는 경우에 식을 정리하는 등의 사고에는 이르지 못하였다.

Tabaghi(2007)는 로그를 산술적 측면과 함수적 측면에서 이해해야 한다고 주장하고, 함수적 측면에서 로그를 이해한다는 것은 지수와 지수의 값이 일대일대응임을 파악하고 그 역의 파

1) APOS 이론은 학습자의 심리적 발달 과정을 고려하여 Dubinski(1991)가 주장한 것으로, Piaget의 인식론을 수학 학습에 관한 심리적 과정을 분석하기 위한 이론적 틀로 재구성한 것이다. 아동이 수학적 개념을 학습하는 과정을 반복되는 행동에 대한 반영적 추상화를 통해 수학적 대상으로 조작하는 과정을 개념적으로 구분하여, 행동(Action)-과정(Process)-대상(Object)-스키마(Schema)로 구분하였다.

정으로 지수의 값에 대응하는 지수를 찾는 과정을 거쳐 새로운 함수인 로그를 파악하는 데 이르는 것으로 보았다<sup>2)</sup>. 그리고 미국의 한 대학교에 재학 중인 지원자 6명을 대상으로 로그와 관련된 활동과 문항을 바탕으로 심층면담을 하여 학생의 이해 수준을 조사하였다. 기초과목 수강 중인 4명 중 3명은 지수가 음수인 경우와 분수인 경우에 정의를 잘 이해하지 못하였고, 로그법칙을 기억하는 데 어려움을 나타내었다. 그리고 4명 모두 로그의 함수적 측면을 이해하지 못하였다. 또한 수학과목 수강 중인 2명 중 1명도 로그 법칙을 잘 기억하고 적용하였지만 로그 방정식을 잘못 해결하는 모습을 보여 로그 개념을 이해하지 못하였다.

Weber(2002a)와 Tabaghi(2007)은 대학생조차 거듭제곱 계산을 넘어서 수학적 대상으로 인식하는 수준으로의 이행에서 어려움을 겪는다는 것을 보여주었다. 대학에서 기초과목을 듣는 학생들을 대상으로 한 미국의 연구 결과를 우리나라 상황에 그대로 적용할 수는 없지만, 국내 연구 결과에서도 학생들이 지수와 로그를 잘 이해하지 못하고 있음을 보고하고 있다. 지수함수와 로그함수에 대한 오류(이화연, 2005; 윤미순, 2006)가 보고된 바 있었으나, 여기에서는 학생들의 지수와 로그에 대한 이해 정도를 조사한 연구 중심으로 살펴보겠다.

김현정(2008)은 경기도에 소재하고 있는 2개 고등학교 2학년 학생 169명을 대상으로 로그 개념 이해 정도를 조사하였다. 로그의 정의에 대한 이해 정도는 지수를 로그로 변형시키는 관계에 대하여 정답률은 65%, 수로 제시된 지수 형식을 로그로 바꾸는 문항에 대하여 70%이상의 정답률이 나왔다. 그러나 실생활에서 로그 개념을 찾아내고 표현하는 능력을 묻는 문제에서는 정답률이 30%미만으로 낮았다. 이는 많은 학생들이 로그가 주어졌을 때 로그의 값을 찾는 것은 비교적 쉽게 하지만, 로그로 표현된 식을 적절하게 사용하지 못하는 것으로, 로그에 대한 관계적 이해는 부족하다는 것을 의미한다.

최재호(2010)는 '로그는 지수의 역관계'로 도입하는 교육과정에 초점을 두고 지수의 역관계로 로그를 이해하는 정도를 조사하였다. 고등학교 2학년 학생 243명을 대상으로 이해 정도를 조사한 결과, 지수의 역관계로 로그의 정의를 이해하는가를 묻는 문항의 정답률이 74%에 이를 정도로 높았다. 또한 밑과 진수 조건을 구할 수 있는지를 로그식과 동치인 지수식을 이용해서 판별하는 문항의 정답률이 60% 이상으로 높았다. 하지만 이를 일반화하는 문항의 정답률은 48%로 낮게 떨어졌다. 이는 지수와 로그의 일대일 대응관계를 이용하여 로그의 값을 찾을 수는 있지만 이를 하나의 수학적 대상으로 이해하는 것은 쉽지 않음을 의미한다.

학생의 이해 정도를 조사한 연구 결과를 종합해 볼 때,  $a^x$ 에서 지수인  $x$ 와 지수의 값인  $a^x$  사이에 일대일 대응관계를 파악한다는 것이 지수 개념이나 로그 개념을 이해하고 있다는 것은 아님을 보여준다. 또한 지수와 로그의 일대일 대응을 이용하여 문제를 해결하는 수준과 로그를 지수의 역관계로 인식하여 문제를 해결하는 수준과는 차이가 크다는 것을 보여준다.

2) Tabaghi(2007)는 Dubinski(1991)의 APOS 이론과 Weber(2002a)의 결과를 바탕으로 로그 개념의 이해 단계를 구체화하였다. 로그 개념을 크게 산술 측면과 함수 측면으로 구분하고, 이해 단계를 행동 단계, 과정 단계, 대상 단계, 스키마 단계로 구분하였다.

## 2. 지수와 로그에 대한 교과서 분석 연구

학생들의 이해를 중시하는 관점에서 지수와 로그에 초점을 둔 교과서 분석 연구로 김부윤, 김소영(2007), 조정수(2011)가 있다.

김부윤, 김소영(2007)은 수학적 개념의 이해를 Sfard(1991)의 이론적 틀에 근거하여 7차 교과서 고등학교 수학 I 교과서 3종을 분석하였다. Sfard(1991)는 수학적 개념의 발달은 조작적 개념에서 구조적 개념으로 연쇄적으로 전이되는 과정을 통해서 이루어진다고 보았다. 교과서에서 학습 내용을 기술할 때, 조작적 측면과 구조적 측면이 어떻게 드러나는가를 분석한 결과, 지수의 정의와 지수함수의 성질의 경우에는 두 가지 관점을 모두 포함하고 있으나 교과서별로 조작적 관점을 먼저 도입하는 경우와 구조적 관점을 먼저 도입하는 경우가 있다고 밝혔다. 하지만 로그 정의는 교과서 3종 모두 구조적 측면만 제시되었다고 밝혔다. 김부윤, 김소영(2007)의 연구 결과를 정리하면 <표 1>과 같다.

<표 1> 김부윤, 김소영(2007)이 제시한 조작적 측면과 구조적 측면의 예

단계	조작적 측면	구조적 측면
지수 정의	대응표(좌표평면에서 대응되는 점을 컴퓨터 프로그래밍이 하나하나 대응되는 점을 과정으로 계산해서 보여주는 역할)	그래프(완성된 그래프 모양은 지수함수의 그래프를 정적인 관계로 표현한 것)
지수함수 성질	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 그래프 그려보기	$y = 2^x$ 와 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 는 서로 $y$ 축 대칭임
로그 정의	-	지수함수의 역함수로 로그함수를 도입

조정수(2011)은 7차 교육과정의 고등학교 교과서를 분석한 결과로, 교과서의 제시 방법(간단한 지수방정식의 예를 통해 로그 개념을 도입하고, 바로 이어서 로그의 성질과 이를 이용한 계산, 별다른 이유나 설명 없이 밑의 변환 공식의 도입, 상용로그와 지표와 가수, 로그의 활용)이 학생이 개념을 내면화하는 데 충분하지 않다고 비판하였다. 대안으로 역사-발생적 원리를 도입해야 하며, 구체적으로는 로그 개념의 도입을 함수 개념으로 도입하고, 상용로그표와 상용로그를 이용한 계산을 먼저 지도하고 그로부터 로그의 성질을 도입하자고 주장하였다.

김부윤, 김소영(2007) 그리고 조정수(2011)의 연구 결과는 지수와 로그를 정의하는 경우조차도 이해의 낮은 수준에서부터 점진적으로 높은 수준으로 상승할 수 있도록 교과서의 내용이 배열되어 있지 않음을 의미한다. 이는 학생들이 지수와 로그 개념을 바르게 이해하기 위해서는 조작적 측면과 구조적 측면을 모두 학습하면서, 최종적으로는 개념에 대한 총체적인 이해에 도달할 수 있도록 교과서의 내용이 배열될 필요가 있다는 시사점을 제공한다.

### Ⅲ. 교육과정 및 교과서 분석

#### 1. 2009 개정 교육과정 문서 분석

2009 개정 수학과 교육과정의 기본 방향은 3가지였다. 첫째, 계산 위주의 학습을 지양한다. 둘째, 내용 및 주제 간의 연결성을 강조한다. 셋째, 학습 내용을 적정화하여 학습량을 감축한다. 기존 수학과 교육과정이 수학을 대수, 기하, 해석이라는 분류에 의해서 내용을 구성함으로써, 하나의 주제가 여러 단원에 걸쳐 다루어지면서 학습량이 불필요하게 증가하였다고 분석하면서, 2009 개정 교육과정에서 내용 간의 연결성을 강조하고 학습량 감축을 의도하였다고 한다(신이 섭 외, 2011, p.62; 황선욱 외, 2011, p.120).

지수와 로그 관련 내용은 위와 같은 방향에 의해서 변화되었다. 첫째, 계산을 지양하기 위하여 상용로그의 내용이 약화되었다. 지표와 가수라는 용어가 삭제되었고 지표와 가수에 대한 내용도 삭제되었다. 둘째, 내용 및 주제 간의 연결성을 강조하기 위하여 지수함수와 로그함수 관련 내용은 그 미분법과 함께 다룰 수 있도록 미적분Ⅱ 과목으로 통합되었다. 즉 이공계 진학 학생들에게 필수적인 삼각함수와 지수·로그함수들의 성질을 미적분을 통하여 공통적으로 파악하게 하려는 의도가 있다(황선욱 외, 2011, pp.119-120). 이러한 의도에서 기존의 지수함수와 로그함수 영역 내에서 함께 다루어졌던 지수/로그 내용은 지수함수/로그함수와 분리되어 수학Ⅱ 과목에 편성되었다. 셋째, 학습량을 감축하기 위해서 상용로그, 지표와 가수, 지수방정식, 지수부등식, 로그방정식, 로그부등식 등이 삭제되었다.

〈표 2〉는 2007 개정 교육과정 수학Ⅰ 과목의 지수함수와 로그함수 단원을 중심으로 2009 개정 교육과정으로의 변화를 정리한 것이다.

〈표 2〉 지수, 로그 개념과 관련된 2007 개정 교육과정에서 2009 개정 교육과정으로의 변화

2007 개정 교육과정		2009 개정 교육과정		변화
수학Ⅰ	<b>① 지수</b> ① 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ② 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다. ③ 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.  <b>④ 로그</b> ① 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ② 상용로그의 뜻을 알고, 지표와 가수의 성질을 이해한다. ③ 상용로그를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	수학Ⅱ	<b>① 지수</b> ① 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ② 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다. ③ 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.  <b>② 로그</b> ① 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ② 상용로그를 이해하고 활용할 수 있다.	·약화

2007 개정 교육과정		2009 개정 교육과정		변화
수학 I	③ 지수방정식과 지수부등식 ① 지수방정식과 지수부등식을 풀 수 있다. ⑥ 로그방정식과 로그부등식 ① 로그방정식과 로그부등식을 풀 수 있다.	미적분 II	① 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 ③ 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.	·약화 및 통합
	② 지수함수와 그 그래프 ① 지수함수의 뜻을 안다. ② 지수함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해한다. ⑤ 로그함수와 그 그래프 ① 로그함수의 뜻을 안다. ② 로그함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해한다.		① 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 ① 지수함수와 로그함수의 뜻을 안다. ② 지수함수와 로그함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해한다.	·통합
수학 I 용어와 기호	거듭제곱근, (로그의) 밑, 로그, 진수, 상용로그, $\sqrt[n]{a}$ , $\log_a N$ , $\log N$	수학 II 용어와 기호	거듭제곱근, (로그의) 밑, 로그, 진수, 상용로그, $\sqrt[n]{a}$ , $\log_a N$ , $\log N$	·이동
	지수함수, 로그함수	미적분 II 용어와 기호	지수함수, 로그함수	·이동
	지표, 가수, 지수방정식, 지수부등식, 로그방정식, 로그부등식,			·삭제
수학 I 교수 학습 상의 유의점	① 지수가 실수인 경우에는 직관적으로 다룬다. ③ 로그의 성질은 지수의 성질과 관련지어 이해하게 한다.	수학 II 교수 학습 상의 유의점	① 지수가 실수인 경우는 직관적으로 다룬다. ② 로그의 성질은 지수의 성질과 관련지어 이해하게 한다. ③ 지수나 로그에 관련된 문제를 다룰 때 공학적 도구를 사용할 수 있다	·추가
	② 지수방정식과 지수부등식은 간단한 형태만 다룬다. ④ 로그방정식과 로그부등식은 간단한 형태만 다룬다.	미적분 II 교수 학습 상의 유의점	① 지수함수와 로그함수의 활용에서는 구체적인 자연현상이나 사회현상에서 나타나는 간단한 방정식과 부등식을 다룬다.	·약화 및 통합

이와 같은 개정 방향에서 몇 가지 문제점을 찾을 수 있다. 첫째, 내용 및 주제 간의 연결성을 의도하였지만 지수/로그와 지수함수/로그함수의 연결성이 약화될 수 있다. 수학 II 과목은 집합 개념을 학습하고, 이를 이용하여 함수를 정의한 후에 역함수, 유리·무리함수를 학습하고, 이어서 수열을 함수와 연계하여 다루고 있는 과목으로, 함수적 사고를 함양하는 데 초점이 있다. 이

것은 '사회 및 자연의 수학적 현상에서 파악된 문제를 합리적이고 창의적으로 해결하는 능력을 기른다'라는 학습목표에도 나타난다. 그런데 지수와 로그는 그 용어를 이해할 수 있는 정도로 간단히 다루도록 되어 있어(신이섭 외, 2011, p.64; 황선욱 외, 2011, p.134), 지수함수와 로그함수를 함수의 특수한 예로 다루지 않겠다는 것을 명시하고 있다. 이와 같이 지수와 로그 개념을 배운 뒤 지수함수와 로그함수를 다루지 않는다는 것은 수학Ⅱ 과목의 전체적인 방향과 맞지 않고, 개념의 연결성 측면에서도 맞지 않는다.

이해의 측면에서 살펴본 선행 연구에서는, 지수를 정의할 때 지수함수와 별개로 다루어 질 수 없고(김부윤, 김소영, 2007; Weber, 2002a) 로그를 다룰 때 로그함수와 별개로 다루어질 수 없음을 확인할 수 있었다(김부윤, 김소영, 2007; 조정수, 2011). 김부윤, 김소영(2007)의 교과서 분석 결과에 의하면, 지수를 정의하는 경우에 대응표를 이용하여 지수와 지수의 값의 관계를 표현하기도 하지만 지수함수의 그래프를 활용하기도 하였고, 로그를 정의하는 과정에서 이미 지수함수와 로그함수의 측면을 배제하기가 어려웠다. 또한 지수의 범위가 실수로 확장되고 지수를 수학적 대상으로 이해하는 과정이 지수함수를 이해하는 과정이기도 하다(Weber, 2002a). 따라서 주제 간의 연결성을 강조하는 측면에서 지수, 로그, 지수함수, 로그함수를 별개의 과목으로 분리하는 것은 바람직하지 않다.

둘째, 학습량 감축을 의도하였지만 동일한 내용을 반복함으로써 학습량 감축의 효과가 나타나지 않을 수 있다. 새 교육과정은 2007 개정 교육과정에서 지수함수와 로그함수가 두 개 과목(2007 개정 교육과정의 수학Ⅰ, 수학Ⅱ)에서 중복되었음을 문제점으로 보고, 이를 개정하여 지수함수와 로그함수를 미적분 단원으로 이동한 것이다. 그런데 지수와 로그를 가르치고 배울 때, 지수함수와 로그함수를 완전히 배제할 수 없기 때문에 중복의 문제가 해결되었다고 볼 수 없다. 앞서 언급하였듯이 지수를 설명할 때 지수함수를 완전히 배제하기 어렵고, 로그를 설명할 때 지수함수와 로그함수를 완전히 배제하기 어렵다. 따라서 교사들이 지수와 로그를 가르칠 때, 지수함수와 로그함수를 언급하거나 부연 설명할 가능성이 있다.

또한 지수함수와 로그함수의 활용을 수학Ⅱ에서 다루지 않고 미적분Ⅱ에서만 다루는 것이 가능하지 않다. 로그함수를 배우지 않은 상태로 상용로그를 활용하는 것은 로그함수를 직간접적으로 다루는 것이기 때문이다. 새 교육과정에 따르면 수학Ⅱ에서 상용로그의 활용을 다루게 되어 있다. 그런데 지수와 로그의 활용은 일반적으로 방정식, 부등식 혹은 함수식으로 표현된다. 따라서 방정식과 부등식이 삭제되고 함수식을 다루지 않는 상태에서 상용로그를 활용한다는 것의 의미를 찾기가 어렵다. 이는 교육과정을 기초로 개발된 교과서에서도 확인된다(다음 절 참조). 상용로그의 활용에 관련된 문제 상황의 일부분은 함수식으로 표현되어 로그함수라고 명명하지 않지만 로그함수를 사용하고 있다.

추가적으로, 2009 개정 교육과정에는 지수와 로그 단원에서 공학적 도구를 다양하게 활용하는 데 제한점이 있다. 수학Ⅱ 과목의 교수·학습 유의점을 살펴보면, '지수나 로그에 관련된 문



제를 다룰 때 공학적 도구를 사용할 수 있다'는 진술이 추가되었다. 이는 수학 학습 과정에서 공학적 도구를 유의미하게 사용하는 것을 권장하기 위함이지만, 함수를 사용하지 않고 공학적 도구를 사용한다는 것은 공학적 도구의 역할을 제한하는 것이다. 실제로 현행 교과서에 제시되어 있는 문제를 해결하는 데 교육공학은 지필로 계산하기 어려운 복잡한 계산을 대신해주는 역할로 제한될 수밖에 없다. 하지만 공학적 도구를 이용한다는 것은 계산기 정도의 활용뿐만 아니라 실생활과 관련된 다양한 함수적 상황을 표와 그래프로 구현하여 학생들에게 지수와 로그를 배우는 의미를 시각적으로 구현시켜주는 역할을 한다. 또한 교과서 진술 지침에도 '지수나 로그에 관련된 문제를 다룰 때 공학적 도구를 사용할 수 있다'와 '상용로그를 활용한 문제는 간단한 경우만 다룬다'고 명시되어 있어(신이섭 외, 2011, p.113), 함수를 다루지 않은 지수나 로그 개념 학습을 위해 공학적 도구를 활용한다는 것의 의미는 계산기 정도의 역할 정도로 제한되는 것이다. 미적분Ⅱ 과목의 교수·학습 유의점에서는 공학적 도구 활용에 대한 언급이 없지만 교과서에서는 다양한 지수함수와 로그함수의 그래프를 공학 프로그램을 활용할 수 있도록 제시하고 있다. 즉, 지수와 로그의 교수·학습 유의점에서 제시하고 있는 공학적 도구 활용은 함수의 그래프 활용까지 포괄하는 진술이라고 말할 수 있지만, 실제 지수와 로그 수업에서 공학적 도구로 함수의 그래프를 활용하기에는 한계가 있다.

## 2. 교과서 내용 분석

이 절에서는 교육과정 문서에서 나타난 몇 개의 의문점을 중심으로, 교과서 내용을 분석하고자 한다. 지수의 확장, 로그의 정의, 지수와 로그의 활용에 관련된 내용을 2009 개정 교육과정에 따른 수학Ⅱ 교과서 10종과 미적분Ⅱ 교과서 9종<sup>3)</sup>을 중심으로 분석하였다.

### 가. 지수의 확장

지수 개념은 거듭제곱과 거듭제곱근, 지수의 확장, 그리고 지수법칙의 내용으로 이루어져 있다. 특히 중학교에서 배운 지수법칙을 실수 범위까지 확장하여 제시하고 있다. [그림 1]과 같이, A, B교과서 모두 지수를 실수의 범위까지 확장하기 위하여  $2^{\sqrt{2}}$ 의 의미를  $x$ 와  $2^x$ 의 대응 관계를 제시하고 있다.

3) 2009 개정 교육과정 수학Ⅱ 교과서는 10종이고 미적분Ⅱ 교과서는 9종이므로, 전 교과서를 분석한 것이다.

$x$	$2^x$
1	2
1.4	2.639015...
1.41	2.657371...
1.414	2.664749...
1.4142	2.665119...
1.41421	2.665137...
1.414213	2.665143...
$\vdots$	$\vdots$
$\downarrow$	$\downarrow$
$\sqrt{2}$	$2^{\sqrt{2}}$

	A	B
1	x	$2^x$
2	1	2.000000
3	1.4	2.639016
4	1.41	2.657372
5	1.414	2.664750
6	1.4142	2.665119
7	$\vdots$	$\vdots$

(그림 1) 지수의 확장에 대한 교과서 예시<sup>4)</sup>

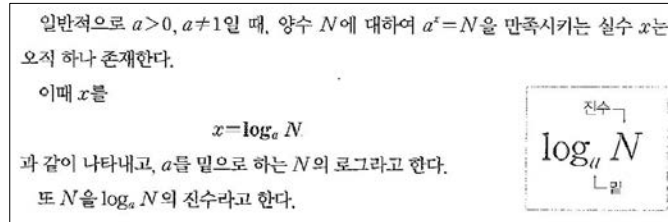
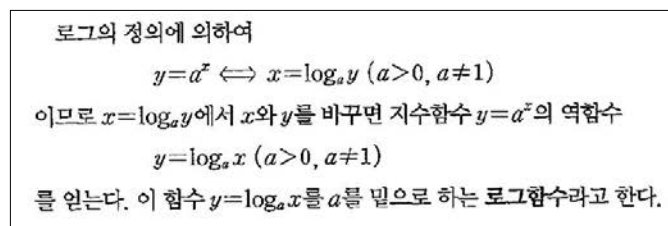
이와 같은 방법을 사용하여,  $a > 0$ 이고  $x$ 가 실수일 때  $a^x$ 를 정의하고 지수가 실수일 때의 지수법칙을 제시하고 있다. 지수를 실수의 범위까지 확장하는 과정을  $x$ 와  $a^x$ 의 일대일대응 관계를 이용하여 표를 이용하여 제시하고 있는데 이러한 예시는 지수함수  $y = a^x$ 의 그래프를 그리기 전에 표로 나타내보는 활동과 유사하다. 교사의 입장에서 지수함수의 그래프를 이용하면  $x$ 가 실수일 때  $a^x$ 가 존재한다는 것을 직관적으로 학생들에게 설명할 수 있지만, 지수함수의 그래프를 이용하지 못하기 때문에 비형식적인 함수의 극한 개념을 이용하는 것이다.

지수를 실수의 범위까지 확장하는 위와 같은 방법은 일종의 내삽법(內挿法, interpolation)이다. 내삽법은 본래 직선이나 연속된 그래프와 같은 기하학적 대상의 연속성을 활용하여 자연수의 범위를 실수의 범위까지 자연스럽게 확장하는 방법으로, 수학적인 엄밀함을 가르치지 않으면서도 학생들의 이해를 도모하는 방법이다(Klein, 1924). 즉, 자연수  $x$ 와 자연수  $a^x$  사이의 일대일대응관계를 활용하여 실수  $x$ 와 실수  $a^x$ 의 일대일대응관계를 이해하도록 하는 위와 같은 방식은 학생들의 기하적인 직관을 활용하는 것이 효과적이다. 따라서 내삽법을 이용하는 현재의 설명 방식이 효과적이라면 지수함수의 그래프를 활용할 필요가 있다. 하지만 교과서의 설명 방식은 극한 개념보다 이해하기가 쉬운 함수의 그래프를 이용하지 않고 지수의 확장을 설명하고 있는 것이다.

## 나. 로그의 정의

수학Ⅱ 과목에서는 로그의 정의를 미적분Ⅱ 과목에서는 로그함수의 정의를 다룬다. 하지만 이 두 정의는 분리되는 것이 아니기 때문에 매우 유사하게 정의된다. 일반성을 유지하면서 한 개의 사례를 살펴보면 다음과 같다.

4) 신항균 외(2014a, p.184), 김원경 외(2014, p.164).

(그림 2) 로그 정의에 대한 교과서 예시<sup>5)</sup>(그림 3) 로그함수 정의에 대한 교과서 예시<sup>6)</sup>

로그를 정의하는 과정에서 몇 개의  $x$ 와  $N$ 의 값을 대입하는 것로부터 지수와 지수의 값이 일대일대응한다고 일반화하는 것은 비약이라 할 수 있다. 하지만 지수함수를 로그를 배우기 전에 학습했다면  $x$ 의 값과  $N$ 의 값이 일대일대응한다는 것을 지수함수의 그래프를 통해 직관적으로 쉽게 이해할 수 있다. 하지만 이 내용은 미적분Ⅱ 과목의 지수함수와 관련된 내용으로, 순서상으로 앞에 위치한 수학Ⅱ 과목에서 지수와 지수의 값이 일대일대응한다는 것을 효과적으로 설명하는 데 어려움이 있다. 따라서 교사가 학생에게 로그 정의를 바르게 설명하기 위해서는 미적분Ⅱ의 지수함수의 내용을 다루어 주는 것이 효과적이다.

또한 위에서 제시한 교과서의 예에서 살펴보았듯이 로그의 정의와 로그함수의 정의가 유사함에도 불구하고 로그의 정의를 다루면서 로그함수를 다루지 않는 것은 수학적인 위계 측면에서 부자연스럽다. 또한 로그의 정의 속에는 로그함수의 뜻만 아니라 역함수의 개념도 함께 포함되어 있다. 2009 개정 수학과 교육과정의 수학Ⅱ 과목의 함수 영역에서는 역함수를 다루고 있지만 지수와 로그 영역에서 이를 효과적으로 활용하지 못하고 있어 수학의 단원 연계성 측면에서도 연계의 정도가 낮아진다.

학생들은 중학교 과정에서 지수를 배운 경험이 있기 때문에 지수 개념에 다소 익숙할 수 있지만, 로그는 고등학교 과정에서 처음 배우는 내용이기 때문에 학생들이 이해하기가 어려운 개념이다. 교과서와 같이 일대일대응이 되는 한 가지 예시를 다룬 후 바로 형식적인 로그 정의를 도입하는 것만으로는 학생들이 로그 정의를 개념적으로 이해하도록 하는 데 한계가 있다. [그림 4]

5) 김원경 외(2014, p.171).

6) 신항균 외(2014b, p.18).

는 B교과서에서 로그의 정의에 대한 이해를 돕기 위해 제시한 내용이다.

위의 개념 열기에서 $2^m=8=2^3$ , $2^n=16=2^4$ 이므로 $m=3$ , $n=4$ 임을 알 수 있다.		
또 오른쪽 표에서 $2^k=10$ 을 만족하는 정수 $k$ 의 값은 존재하지 않지만 $2^k=10$ 을 만족하는 실수 $k(3 < k < 4)$ 의 값이 존재함을 알 수 있다.		
	A	B
1	k	$2^k$
2	3.30	9.8492
3	3.31	9.9177
4	3.32	9.9866
5	3.33	10.0561
6	3.34	10.1261

(그림 4) 로그의 정의 설명을 위한 예시<sup>7)</sup>

위 내용을 지수함수를 배우지 않은 학생들이 이해하기 위해서는, 지수가 실수범위까지 확장가능하다는 내용을 알고 있어야 한다. 특히, ' $2^k=10$ 을 만족하는 실수  $k(3 < k < 4)$ 의 값이 존재함을 알 수 있다'라는 것을 주어진 표를 통해서 직관적으로 이해하기가 쉽지 않다. 결국 학생들은 로그의 정의에 대한 이해를 기초로 내면화하기 보다는 형식화된 로그의 정의를 기계적으로 암기할 수밖에 없을 가능성이 있다. 하지만 로그를 배우기 전에 지수와 지수함수를 같이 배운다면, 일대일대응 관계를 그래프를 통해 학생들이 직관적으로 이해하기 쉽도록 교과서 내용을 융통성 있게 구성할 수 있다. 조정수(2011)의 연구에서도 학생들이 로그 개념을 성급하게 지나친 형식화와 기호화를 사용함으로써 많은 학생들이 로그 개념을 내면화할 수 있는 경험과 기회가 주어지지 않는다고 지적하면서 함수 개념을 이용한 로그 도입을 제시한 바 있다.

#### 다. 지수와 로그의 활용

수학Ⅱ 과목에서 지수와 로그를 도입하는 부분과 지수와 로그를 활용하는 부분에서 지수함수와 로그함수를 찾을 수 있다.

지수와 로그 단원 도입 부분은 일반적으로 매우 큰 수와 작은 수를 계산할 때, 지수와 로그가 사용되는 다양한 실생활 사례를 예<sup>8)</sup>로 제시하고 있다. 예를 들어, 수학Ⅱ A 교과서는 지수 단원을 시작하기 전에 도입 부분에서 반도체 집적도의 증가, 세균의 번식, 복리로 계산하는 원리 합계, 방사성 동위원소의 양의 변화 등 우리 주변에서 일어나는 많은 현상을 계산하는 데 지수가 이용된다는 것을 제시하고 있다. 그리고 로그 단원의 도입 부분에서는 지진의 강도, 소리의 크기, 별의 밝기 등을 이해하는 데 로그가 중요한 역할을 한다는 것을 강조하고 있다. [그림 5]

7) 김원경 외(2014, p.171).

8) 수학Ⅱ의 10개 교과서의 지수와 로그 단원의 도입 소재를 살펴본 결과를 중복된 내용을 제외한 정리 내용은 다음과 같다. 달의 무게, 수소 원자 한 개의 무게, 별의 크기와 지구에서 별까지의 거리, 별의 밝기, 지구에서 태양까지의 거리, 은행 예금의 원리합계, 세균의 번식, 방사성 동위원소의 반감기, 지진의 규모, 소리의 크기와 소리의 세기, 세포의 크기, 원자의 크기, 전자의 질량 등이 있다.

는 로그의 뜻을 도입하기 전에 생각 열기로 제시한 내용이다.

어느 실험실에서 박테리아가 시간당 2배의 속도로 증식했다고 한다. 다음은 처음 1g이던 박테리아가 $x$ 시간이 지난 후 증식한 양 $2^x$ g을 표로 나타낸 것이다. 빈칸에 알맞은 수를 써넣어 보자.						
$x$ (시간)	1	2		...	9	...
박테리아의 양(g)	2	4	8	...		...

(그림 5) 생각 열기에 대한 교과서 예시<sup>9)</sup>

이 예에서 두 양(시간과 박테리아)의 관계가 함수라는 것을 의미하고 이를 식으로 표현하면  $y=2^x$ 로 나타낼 수 있다. 하지만 지수함수와 로그함수를 다루지 않기 때문에 패턴은 다루되 함수는 다루지 않는다. 2009 개정 교육과정에서는 수열을 정의할 때, 정의역과 공역과의 함수 관계를 이용하여 정의하고 있고, 이어서 등차수열과 등비수열의 일반항과 합을 구하는 식을 자연스럽게 다루고 있다. 그런데 이어서 배우는 지수와 로그 단원에서 위의 예에서와 같이 함수를 언급하지 않고, 패턴으로만 다루고 로그를 함수 관계로 설명하지 않는 것은 자연스럽지 못하다.

수학Ⅱ의 교과서의 도입 단계에서 다루는 내용들은 두 개의 변수관계를 나타내는 함수로 지수함수/로그함수와 밀접한 관련이 있다. 하지만 지수함수와 로그함수를 수학Ⅱ에서 다루지 않음에 따라 교과서에서 다루어지고 있는 문제 상황을 함수적으로 접근할 수 없다. 이에 실생활 관련 문제임에도 불구하고 함수적인 접근 방식을 기초로 문제를 해결하기 보다는 지수와 로그의 성질을 단순하게 이용하여 계산하는 접근 방식을 주로 사용하게 된다. 기존 교육과정에서도 도입부분의 실생활 소재가 학습과 분리되는 문제점이 있다고 지적되어 왔으나(이진, 2009), 2009 개정 교육과정에서는 실생활 소재를 표현하는 지수함수와 로그함수가 다른 과목으로 편성되어 이 문제점이 심화되었다고 볼 수 있다. 그리고 이러한 내용은 미적분Ⅱ 과목에서 지수함수와 로그함수를 도입할 때 활용되는 문제 상황<sup>10)</sup>과도 중복된다. 특히 이과를 지망하는 학생의 경우 수학Ⅱ를 배운 후 미적분Ⅱ를 배울 가능성이 높기 때문에 동일한 주제를 가지고 서로 다른 접근 방식으로 학습하게 된다.

지수와 로그의 활용에서 지수함수와 로그함수를 다루고 있는 문제를 쉽게 찾을 수 있다. 일반적으로 지수와 로그를 활용하는 교과서 문제들은 지수방정식/부등식, 로그방정식/부등식, 또는 지수함수식과 로그함수식으로 표현되기 때문에 수학Ⅱ 과목에서 방정식과 부등식을 제외하고,

9) 김창동 외(2014, p.176).

10) 미적분Ⅱ의 9개 교과서의 지수함수와 로그함수 단원의 도입 소재를 살펴본 결과 수학Ⅱ의 내용과 유사하게 중복되는 소재는 세균의 증식, 복리로 계산되는 원리함계, 방사성 동위원소의 반감기, 별의 밝기, 소리의 세기, 소리의 크기, 빛의 밝기, 지진의 규모 등이 있다.

함수식을 배제한 후에 활용 문제를 다루기가 어렵다. 실제로 수학Ⅱ 과목에서 다루어지는 활용 문제들은 지수함수식 혹은 로그함수식으로 표현된다. 예를 들어, A교과서의 지수 단원의 실생활 문제 [그림 6]은 빛의 세기와 수심의 길이와 관계를 묻는 문제로  $I_0$ 는 상수,  $d$ 는 독립변수,  $I_d$ 는 종속변수로 이 문제는 지수함수에 관련된다.

어떤 호수의 수면에 빛의 세기가  $I_0$ 인 빛을 비추면 수심이  $d$  m인 곳에서의 빛의 세기  $I_d$ 는

$$I_d = I_0 \cdot 2^{-\frac{d}{4}}$$

이라고 하자. 이때 수심이 5 m인 곳에서의 빛의 세기는 수심이 13 m인 곳에서의 빛의 세기의 몇 배인지 구하여라.

[그림 6] 지수의 활용 교과서 예시<sup>11)</sup>

수학Ⅱ에서 지수함수를 다루지 않기 때문에 교사가 이러한 문제 상황을 설명할 때, 함수 관계로 설명하기 보다는 정해진 알고리즘으로 해결하는 방법을 강조할 수밖에 없다. 위와 같은 실생활과 관련된 문제를 지수함수의 그래프 등을 활용하여 학생들의 이해를 도울 수 있는 효과적인 방법이 있는데도 불구하고 활용할 수 없음으로써 교사가 지수의 활용문제를 지도하는 데에 제약이 따른다.

이러한 문제점은 상용로그 단원에서도 발생한다. A교과서에서 상용로그 학습을 도입하기 위한 탐구활동 문제는 [그림 7]과 같이, 지진의 규모와 에너지의 관계를 활용한 문제로, 로그함수식을 사용하고 있다.

일본 기상청은 2011년 3월 일본 도쿄 동북부 해안 지역에서 발생한 지진의 규모를 처음에는 7.5라고 발표했지만, 이후 9.0으로 정정했다. 지진의 규모가  $M$ 인 지진의 진원지에서의 에너지의 크기를  $E$ 라고 하면

$$\log E = 11.8 + 1.5M$$

인 관계가 성립한다. 지진의 규모가 9.0인 지진의 진원지에서의 에너지의 크기를  $E_1$ , 지진의 규모가 7.5인 지진의 진원지에서의 에너지의 크기를  $E_2$ 라고 할 때,  $E_1$ 은  $E_2$ 의  $k$ 배이다.  $k$ 의 값에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

[그림 7] 로그의 활용 교과서 예시<sup>12)</sup>

참고로 위에서 제시한 지진의 리히터 규모와 진폭의 관계에 대한 내용은 수학Ⅱ 교과서 10종 중에 7종 교과서가 다루고 있는데, 미적분Ⅱ 교과서 9종 중에 5종 교과서에서도 유사한 문제

11) 신항균 외(2014a, p.183).

12) 김원경 외(2014, p.179).

상황을 다루고 있다. 수학Ⅱ의 지수와 로그 단원에서는 지수와 로그의 성질을 배운 이후에 실생활 문제를 다루고 있지만, 미적분Ⅱ의 지수함수와 로그함수 단원에서는 함수의 개념을 배운 다음에 실생활관련 문제 상황을 다루고 있다. 즉, 두 가지 유사한 내용을 배우는 학습단계가 다르다고 볼 수 있고 로그함수를 다루지 않는 상황에서 이와 같은 함수의 활용과 관련된 내용을 수학Ⅱ와 미적분Ⅱ가 유사하게 다룬다는 것은 수학의 위계적인 관점에서도 바람직하지 않다.

한편, 수학Ⅱ 과목에서 지수함수와 로그함수를 다루지 않게 됨으로써 인문계열 대학을 지망하는 학생들은 현재의 수능체제에서는 미적분Ⅱ 과목을 선택하지 않을 가능성이 있어, 지수와 로그의 성질을 이용하여 계산하는 내용 위주의 교육을 받을 가능성이 많다. 따라서 인문계 대학을 희망하는 학생들은 자연현상이나 사회현상을 설명할 수 있는 지수함수와 로그함수의 수학적 가치를 경험하기가 어렵다. 즉 '학습내용의 적정화 및 감축'의 이유 때문에 이와 같은 내용 조정이 이루어진 것이겠지만, 학생들 입장에서 자연현상과 사회현상을 이해하고 기술하는 데에 수학이 왜 필요하고 유용한지 체험하고 그 가치를 인식하자는 측면에서 보면 지수함수/로그함수를 지수/로그와 분리해서 다루는 것은 바람직하지 않다고 판단된다.

#### IV. 요약 및 결론

본 연구는 2009 개정 수학과 교육과정 고등학교에서, 지수와 지수함수의 분리, 로그와 로그함수가 분리됨에 따라 지수와 로그 개념 교수·학습 과정에서 나타날 수 있는 변화 그리고 학생들의 어려움을 예상하였다. 이를 위해 우선, 지수와 로그 개념의 이해에 대한 선행 연구를 분석하고, 교육과정 문서와 교과서를 분석하였다.

지수/로그와 지수함수/로그함수를 분리하여 다루는 것이 교수·학습에 미치는 영향 그리고 수학 내용 간의 연계와 위계적인 관점에서 논의한 결과 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다. 첫째, 지수를 실수로 확장하는 과정에서 지수함수를 이용하고 있지만, 명시적으로 지수함수를 다루지 못하고 대신 대수식으로 표현된 대응 관계를 이용하고 있다. 이는 학생들이 지수의 확장에 대한 단순한 이해를 도모하지만 정확한 이해를 도모하지는 못하는 것으로 지수의 확장과 지수의 법칙을 기계적으로 암기하도록 만들 가능성이 있다. 둘째, 로그 정의에서 지수함수와 로그함수를 이용하고 있지만, 명시적으로 함수를 다루지 못하고 대신 대수식으로 표현된 대응 관계를 이용하고 있다. 기존의 교육과정 하에서도 학생들은 로그의 정의를 이해하기 어려웠다는 점을 고려할 때, 상황이 더 나빠진 것으로 볼 수 있다. 또한 로그와 로그함수를 별개의 수학적 대상으로 파악하게 할 가능성이 있다. 셋째, 수학Ⅱ 교과서에서 지수와 로그의 도입시 제공하는 실생활 관련 내용은 대부분 지수함수와 로그함수와 관련된 실생활 내용으로 지수와 로그 내용만을

다를 때, 어느 정도까지 함수 개념을 활용할 수 있는지에 대한 논의가 필요하다. 그리고 수학Ⅱ 교과서에 제시되어 있는 지수와 로그에 관련된 실생활 문제 상황은, 미적분Ⅱ 교과서에 제시되어 있는 실생활 활용 문제와 중복되는 내용이 있을 수 있어 본래의 선택과목의 취지에 맞지 않는 경향이 있다. 넷째, 공학적 도구의 활용도를 높일 필요가 있다. 지수/로그, 지수함수/로그함수를 병행하여 다룰 수 있다면, 지수와 로그의 활용과 관련된 문제를 학생들이 다양한 문제해결 방법으로 접근할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 지수와 로그의 성질만으로 해결할 수도 있겠지만, 학생들의 창의성을 신장시키는 의미에서 지수함수와 로그함수의 그래프를 이용하거나, 지필환경에서 구현하기 어려운 그래프인 경우는 교육공학을 활용하여 해결하는 등의 다양한 방법을 이용할 수 있다.

이 연구 결과를 바탕으로, 지수 개념과 로그 개념의 교수·학습 과정에 대해서 두 가지 제언을 하고자 한다. 첫째, 지수 개념과 로그 개념을 가르치는 교육적 목적에 대한 재고가 필요하다. 지수와 로그를 학습한다는 목적은 수학Ⅱ 과목의 일반적인 목적과 같이 함수적인 사고를 함양하려는 것인지(황선욱 외, 2011, p.122) 아니면 지수와 로그의 정의 및 간단한 성질만을 알게 하는 것인지(황선욱 외, 2011, p.134)에 대한 고찰이 필요한 것이다. 또한 향후 이공계로 진학하지 않는 대다수의 학생들이 미적분Ⅱ를 학습하지 않는 현실을 고려할 때, 고등학생들이 지수함수와 로그함수를 배우지 않고 지수와 로그의 정의와 간단한 성질만을 학습하는 것은 고등학교 수학과 목적에 부합하는지에 대한 재고가 필요하다. 둘째, 차기 교육과정 개정에서는 지수, 로그, 지수함수, 로그함수가 동일 과목의 내용으로 편성되어야 한다. 기존의 선행 연구 결과와 본 연구의 결과는 모두 학습 과정에서 지수와 로그의 유기적인 관계를 파악하는 것이 중요함을 강조하고 있다. 따라서 지수, 로그, 지수함수, 로그함수와 같이 반드시 같이 다루어져야 할 교육 내용들은 한 교과 내에서 다루어질 필요가 있다.



## 참 고 문 헌

- 교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책8]. 교육과학기술부.
- 교육인적자원부(2007). **수학과 교육과정**. 교육인적자원부 고시 제 2007-79호[별책8]. 교육인적자원부.
- 김부윤, 김소영(2007). 수학적 개념에 대한 조작적 접근과 구조적 접근-지수함수와 로그함수를 중심으로-. **수학교육논문집**, 21(3), 499-514.
- 김원경 외(2014). **고등학교 수학II**. 서울: 비상교육.
- 김창동 외(2014). **고등학교 수학II**. 서울: (주)교학사.
- 김현정(2008). 로그 개념에 대한 이해 실태 분석. 석사학위 논문, 한국교원대학교 교육대학원.
- 민세영(2002). 역사발생적 수학 학습-지도 원리에 관한 연구. 박사학위 논문, 서울대학교 대학원.
- 신이섭 외(2011). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**. 서울: 한국과학창의재단.
- 신향균 외(2014a). **고등학교 수학II**. 서울: (주) 지학사.
- 신향균 외(2014b). **고등학교 미적분II**. 서울: (주) 지학사.
- 윤미순(2006). 로그단원에 대한 오류분석 및 교정. 석사학위 논문, 한국교원대학교 교육대학원.
- 이정아(2005). 로그단원의 역사-발생적 접근. 석사학위 논문, 서울대학교 대학원.
- 이진(2009). 교과서의 수학과 실생활 문제 활용 분석 연구: 고등학교 2학년 지수와 로그, 수열 단원을 중심으로. 석사학위 논문, 이화여자대학교 대학원.
- 이화연(2005). 지수함수와 로그함수에 관한 오류 유형분석 및 교정지도. 석사학위 논문, 이화여자대학교 교육대학원.
- 조정수(2011). 학교수학 관점에서 살펴본 로그의 역사적 배경과 교수·학습 방법에 대한 고찰. **수학교육논문집**, 25(3), 557-575.
- 최재호(2010). 지수의 역관계로서 로그 개념에 대한 실태분석. 석사학위 논문, 한국교원대학교 대학원.
- 황선욱 외(2011). **창의 중심의 미래형 수학과 교과 내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구**. 서울: 한국과학창의재단.
- Berezovski, T. (2006). *Manifold nature of logarithms: Numbers, operations, and functions*. Proceedings of the 28th Annual Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Merida, Mexico.
- Confrey, J., & Smith, E. (1995). Splitting, covariation, and their role in the development of

- exponential functions. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 66-86.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in mathematical thinking. In D. Tall (ed.) *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer, 95-126.
- Klein, F. (1924). *Elementary mathematics from advanced standpoint: Geometry*. E. R. Hedrick & C. A. Noble (Trans). New York: Dover Publication.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Smith, E., & Confrey, J. (1994). Multiplicative structures and the development of logarithm: What was the lost by the invention of function? In G. Haral., & H. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. State University of New York Press, 333-360.
- Tabaghi, S. G. (2007). *APOS analysis of students' understanding of logarithms*. Master dissertation, Concordia University.
- Weber, K. (2002a). *Students' understanding of exponential and logarithmic functions*. Murray, KY: Murray State University. (ERIC Document Reproduction Service No. ED477690)
- Weber, K. (2002b). *Developing students' understanding of exponents and logarithms*. Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1019-1027.

• 논문접수 : 2014-09-01/ 수정본접수 : 2014-09-30/ 게재승인 : 2014-10-13

## ABSTRACT

### An Analysis of 2009 mathematics curricula focused on exponents and logarithms

Jiseon Choi

(Assistant Research Fellow, Korea Institute for Curriculum and Evaluation)

Kwang-Sang Lee

(Research Fellow, Korea Institute for Curriculum and Evaluation)

In the 2009 mathematics curricula, exponents and logarithms are detached with exponential functions and logarithm functions in another subject. This study aims to analyse 2009 mathematics curricula and mathematics textbooks focused on exponents and logarithms in order to identify the difficulties that would be occurred in the learning exponents and logarithms.

The first result of the study is that high school students would have more difficulties in understanding the definition of exponents and logarithms in 2009 curricula than 2007 curricula. Especially the definition of logarithm is more difficult than exponents because logarithms would be defined without the definition of the exponential functions. The second result is that emphasizing utilities of exponents and logarithms in the real situation would be difficult in the didactical situations.

The study suggests that exponents, logarithms, exponential functions, and logarithm functions should be classified in the one subject in the next mathematics curricula.

Key Words : 2009 mathematics curricula, exponent, logarithm, exponential function, logarithmic function

