교육과정평가연구
The Journal of Curriculum and Evaluation
2008, Vol. 11, No. 1, pp. 205~234

확률 오개념의 극복을 위한 시뮬레이션의 활용

신 보 미(광주시교육정보원 교육연구사)
이 경 화(한 국 교 원 대 학 교 교 수)

≪ 요 약 ≫

시뮬레이션을 활용하면 확률 오개념이 극복된다는 연구가 국외에서 상당수 수행되었다. 그러나 국내에서는 유사한 성격의 연구가 거의 이루어지지 않았다. 국외 관련 연구에서도 시뮬레이션 도입을 통해 확률 오개념의 극복이 가능한가 여부를 고립된 확률 과제 일부에만 초점을 두어 확인하였으며, 시뮬레이션 도입에 기초하여 확률을 지도하는 전략을 전반적인 교수학적 상황으로 재구성하여 실험하지 않았다. 이 연구에서는 확률 오개념의 극복을 목적으로 시뮬레이션을 도입한 선행 연구를 검토함으로써 이를 구체적인 교수학적 상황으로 재구성한 신보미, 이경화(2008)의 연구 결과를 직접 우리나라 학생들에게 적용하여 어떤 현상이 나타나는지 알아보았다. 특히, 이러한 교수학적 상황에서 학생들이 드러내는 특징을 '내용 탐구 요소 학습 과정'과 '오개념 극복 전략'으로 범주화하여 논의한 후 그 시사점을 도출하였다.

주제어 : 확률 오개념, 시뮬레이션, 교수학적 상황

Ⅰ. 서론

여러 선행 연구에 의하면 확률 오개념을 극복하는 데 시뮬레이션을 활용하는 교수 프로그램이 효과적이다(Batanero, Henry & Parzysz, 2005; Falk, 1989; Shaughnessy, 1977, 1992, 1997; Shaughnessy, Canada & Ciancetta, 2003; Shaughnessy & Bergman, 1993). 이들 연구는 시뮬레이션을 통해 낱낱의 확률 과제에 대한 학생들의 오개념이 극복되었다고 설명하였다. 그러나 확률 오개념의 극복을 목적으로 학교 수학에 시뮬레이션을 도입한 교수학적 상황의 특징을 구체적으로 분석하지는 않았다.

Shaughnessy & Bergman(1993)은 학교 교육과정 내에서 실제 수업 상황을 통해 진행된 시뮬레이션 활동이 확률에 대한 학생들의 문제 해결 능력을 어떻게 변화시켰는지 알아보는 연

구가 필요하다고 제언한 바 있다. Kang(1990)은 교사가 학생들의 수학적인 앎의 과정을 돕기 위해서는 우선 학생들이 수학적 지식을 이해하고 학습하는 상황을 유심히 살펴보아야 한다고 지적하였다. 시뮬레이션을 활용한 확률 지도가 학교 수학에서 다루는 확률 오개념을 극복하는 데 효과적으로 기여하기 위해서는 그 교수학적 상황의 특징이 구체적으로 분석될 필요가 있다.

이 연구는 확률 오개념의 극복을 위해 학교 수학에 시뮬레이션을 도입한 구체적인 교수학적 상황을 통해 학생들이 드러내는 특징을 '내용 탐구 요소 학습 과정'과 '오개념 극복 전략' 범주에 비추어 살펴보는 데 목적이 있다. 이로부터 확률 오개념의 극복을 위한 교수학적 도구로서 시뮬레이션을 활용하는 방안과 관련된 실제적인 시사점을 기술하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 확률 오개념의 극복을 위한 교수학적 상황

신보미, 이경화(2008)는 확률 오개념을 극복하기 위해 시뮬레이션을 활용하는 교수학적 상황을 국소적 수업이론과 가설 학습 경로로 구체화하였다. 국소적 수업이론은 교수학적 상황을 구현하는 데 필요한 교수학적 의도로 수업에서 다루어질 주요 내용 요소인 통계적 확률, 큰 수의 법칙, 통계적 추론에 대한 지도 원리가 포함된다. 가설 학습 경로는 교수학적 상황을 구체화하기 위한 세부 계획으로 학습목표, 수업 활동 과제 계획, 예견된 학습 경로로 구성된다. 확률 오개념 극복 교수학적 상황을 위한 국소적 수업이론은 다음과 같으며, 가설 학습 경로는 〈표 1〉, 〈표 2〉와 같다.

1) 확률 오개념은 더 나은 지식을 단순히 전달하는 것으로는 사라지지 않는다. 학생이 적극적으로 학습 과정의 오류를 확인함으로써 이를 거부해야 하는 이유를 새로운 지식에 합체시켜 이를 극복하려는 인지적 책임을 갖도록 한다.
2) 기존의 인지 구조로는 부적응이 드러나는 문제 상황을 설정하여 시뮬레이션을 통해 학생 스스로 자신의 오개념을 확인하고 시뮬레이션 결과를 이론화하도록 한다.
3) 확률 오개념 극복 교수학적 상황은 초기 추측, 시뮬레이션 실행, 오개념 인식, 이론화의 단계를 거쳐 진행되도록 한다.
4) 교수의 목적이 교수학적 발견 수단인 시뮬레이션으로 이동하는 메타인지적 이동이 일어나지 않도록 주의한다.
5) 통계적 확률을 다룰 때는 전체적인 경향으로서 중심 집중도와 함께 자료의 개별 특성으로서 변이성(variability)이 고려되도록 한다.
6) 개별 자료의 변이성을 고려할 때는 전체적인 중심 집중 경향을 생각하여 통계적 자료가 존재하는 범위(range)를 추론할 수 있도록 한다.

7) 통계적 확률은 표본의 크기가 커질수록 그 변이성이 작아지고 중심 집중 경향이 커진다는 큰 수의 법칙과 함께 지도한다.
8) 큰 수의 법칙 이면에 있는 확률적 사고는 재추출(resampling) 전략과 반복 시행을 통한 실제 경험에 의해 확인하도록 한다(신보미 · 이경화, 2008, p. 33).

〈표 1〉 확률 오개념 극복 교수학적 상황의 가설 학습 경로

차시	수업 활동 과제(제목)	예견된 학습 경로	학습목표
1	주사위 2개	• 주사위 2개를 던지는 실험을 실시한다. • 오개념을 인식하여 바람직한 수학적 방법을 찾는다.	• 등확률(equiprobaility)에 의한 오개념을 극복한다. • 결과적 접근(outcome approach)에 의한 오개념을 극복한다. • 변이성(variability)을 고려할 수 있다.
	빨간 공	• 공을 10개 꺼내는 실험을 실시한다. • 변이성을 인식한다.	
2	압정	• 압정을 실제로 던져보는 실험을 한다. • 압정의 U가 나올 확률을 합의한다.	• 등확률에 의한 오개념을 극복한다. • 근원사건의 확률을 정할 수 있다.
3	Monty Dilemma	• 웹문서를 활용하여 시뮬레이션을 진행한다. • 수학화를 위한 모델을 개발한다.	• 타당한 표본공간을 구성한다.
4	카인과 아벨	• 동전 1개를 던지는 실험을 진행한다. • 초기 추측의 오류를 인식하고 그 오류의 원인을 찾는다.	• 50 : 50의 오개념을 극복한다. • 곱사건의 확률에 의한 오개념을 극복한다.
5	1개가 H일 때 2개가 H	• 연결사와 조건사를 구별한다.	• 조건사건과 연결사에 의한 오개념을 극복한다. • 인과적 효과에 의한 오개념을 극복한다.
	파란 공 2개, 녹색 공 2개	• 시간의 전후는 확률에 영향을 주지 않음을 안다.	
6	생일	• 시뮬레이션을 통해 집중 경향이 급격히 커짐을 안다. • 수학화를 위한 모델을 개발한다.	• 모집단의 대표로 $\frac{1}{2}$을 사용하는 오개념을 극복한다. • 표본의 크기에 따른 중심 집중 경향의 정도를 안다.
7	10명 중 8명 이상이 남자	• 중심에 의한 통계적 추론이 일어난다. • 표본의 크기를 고려한다.	• 표본의 크기 효과에 의한 오개념을 극복한다. • 중심 집중 경향을 고려할 수 있다.
	정상 동전	• 정상동전의 기준을 합의한다.	

※ 신보미 · 이경화, 2008, p. 37에서 인용하여 일부 수정

〈표 2〉 확률 오개념 극복 교수학적 상황의 수업 활동 과제

수업 활동 과제 제목	수업 활동 과제 내용	시뮬레이션을 위한 구체물 또는 웹문서
주사위 2개	6개의 눈이 나올 가능성이 같은 주사위 2개를 던졌을 때 다음 중 나타날 가능성이 가장 높은 경우는? ① 5와 6의 눈 ② 5와 5의 눈 ③ ①과 ②가 나타날 가능성은 같다	http://academic.evergreen.edu/curricular/doingscience/flash/dice.html
빨간 공	빨간 공이 50개, 파란 공이 30개, 노란 공이 20개 들어 있는 상자에서 한 번에 10개의 공을 꺼내 공의 색깔을 확인한 다음 다시 집어넣어 잘 섞은 후 다시 10개의 공을 꺼내는 시행을 10번 반복하였을 때, 각 시행에서 실제로 얻어진 빨간 공의 개수는 몇 개씩일까?	http://www.ds.unifi.it/VL/VL_EN/urn/urn1.html
압정	압정 1개를 던졌을 때, 침이 있는 부분(U)이 나올 확률은 얼마인가? 또 압정 3개를 한꺼번에 던졌을 때, U가 3번 나올 확률과 U가 2번, D가 1번 나올 확률은 각각 얼마인가?	압정
Monty Dilemma	3개의 문이 있는데, 그 가운데 1개의 문 뒤에 상품이 숨겨져 있다. 도전자가 1개의 문을 선택하면 상품이 숨겨져 있는 문의 위치를 아는 주인은 나머지 2개의 문 가운데 상품이 없는 문을 열어서 보여준다. 처음 선택한 문을 고수할 것인가, 열리지 않은 나머지 문을 선택할 것인가?	http://www.mste.uiuc.edu/reese/monty/MontyGame5.html
카인과 아벨	앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 1개를 HHHH 또는 TTHH가 나올 때까지 던진다. HHHH면 카인이 이기고 TTHH면 아벨이 이긴다. 이 경기는 공평한가?	http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_305_g_3_t_5.html
1개가 H일 때 2개가 H	앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 2개를 던져서 2개 모두 H가 나올 확률과 1개가 H일 때 다른 1개가 H일 확률은 같은가?	http://www.mathsonline.co.uk/nonmembers/resource/prob/coins.html
파란 공 2개, 녹색 공 2개	파란 공이 2개, 녹색 공이 2개인 주머니에서 공을 다시 집어넣지 않고 두 번 꺼낸다고 하자. (1) 첫 번째 공이 파란 공일 때, 두 번째 공이 파란 공일 가능성은? (2) 두 번째 공이 파란 공일 때, 첫 번째 공이 파란 공일 가능성은?	http://www.explorelearning.com/index.cfm?method=cResource.dspView&ResourceID=249
생일	어떤 그룹에 있는 적어도 2명의 생일이 같을 확률이 $\frac{1}{2}$ 이 되기 위해서는 그 그룹에 몇 사람이 있어야 하나?	http://www.ds.unifi.it/VL/VL_EN/urn/urn1.html
10명 중 8명 이상이 남자	다음 중 일어날 가능성이 보다 높은 경우는? ① 10명의 아이 중 8명 이상이 남자아이일 경우 ② 100명의 아이 중 80명 이상이 남자아이일 경우 ③ 두 경우가 발생할 가능성은 같다.	http://www.mathsonline.co.uk/nonmembers/resource/prob/coins.html
정상 동전	동전 1개를 100번 던졌을 때 앞면이 65번 나왔다면 이는 정상적인 동전인가?	http://www.mathsonline.co.uk/nonmembers/resource/prob/coins.html

※ 신보미 · 이경화, 2008, p. 37

2. 시뮬레이션과 확률 오개념

시뮬레이션을 활용하여 확률에 대한 오개념을 극복하고자 할 때 빈도적 관점에서 정의되는 통계적 확률이 주요한 역할을 한다. 일반적으로 통계적 확률은 충분히 많은 시행 결과 얻어진 상대도수에 의해 추정된다. 그러나 이는 충분히 많은 시행과 상대도수의 안정성을 선험적으로 가정하였다는 측면에서 여러 선행 연구(Borovcnik, Bentz & Kapadia, 1991; Hawkins & Kapadia, 1984; Kapadia, 1988)에 의해 철학적 비판을 받아왔다. 이러한 비판에 대하여 Shaughnessy(1992)는 충분히 많은 시행이 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 가능해졌으며, 상대도수의 안정성은 큰 수의 법칙에 의해 설명될 수 있다고 주장하였다. 즉 통계적 확률은 컴퓨터 시뮬레이션과 큰 수의 법칙을 통해 적절히 지도될 수 있다.

Shaughnessy(1997, p. 10)는 확률 지도에서 자료의 변이성이 중심 집중 경향과 더불어 주요한 요소로 다루어져야 한다고 지적하였다. 그러나 많은 학생들이 주사위를 60번 던지는 시행을 6번 반복하였을 때 6의 눈이 10, 10, 10, 10, 10, 10과 같이 나올 것이라고 추측하거나, 60번 중 어떤 것이든 나올 수 있다고 생각한다(Konold et al., 1993). Shaughnessy 등(2003)에 의하면 변이성을 고려하지 않는 오개념(no variability)과 결과적 접근(outcome approach)[1] 판단 전략에 따른 오개념은 개별 사건의 출현 가능성만을 이론적 맥락에서 계산해보도록 하는 확률 지도 방식에서 기인하였다고 볼 수 있다. 학생들은 시뮬레이션을 통해 자료값이 존재하는 범위(range)를 생각해 보는 경험을 가져야 한다(Shaughnessy et al., 2003, p. 164).

Fischbein & Schnarch(1997, p. 103)는 표본 크기 효과(effect of sample size)를 고려하지 않는 오개념에 의해 '10명 중 8명 이상이 남자'[2]와 같은 문제 상황에서 대부분의 학생들이 ①과 ②의 비율이 같다는 점에만 주목하고 표본의 크기가 다르다는 사실은 간과함으로써 ③을 정답으로 택하는 경향이 있다고 지적하였다. 이러한 오개념은 표본의 크기가 증가함에 따라 상대도수가 수학적 확률에 가까워지는 경향이 있음을 설명해 주는 큰 수의 법칙을 고려함으로써 극복될 수 있다. Biehler(1991)는 큰 수의 법칙이 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서만 적절하게 지도될 수 있다고 설명하였다.

Dooren 등(2002)은 주사위를 여러 번 던졌을 때 5의 눈이 6번 중 2번 나올 가능성과 3번 중 1번 나올 가능성이 같은지를 묻는 질문에서 대부분의 학생들이 '같다'는 잘못된 응답을 하였다고 지적하였다. 이러한 오개념은 시뮬레이션을 도입하여 각 사건이 일어날 가능성이

---

1) 결과적 접근 판단 전략은 확률을 일어날 사건의 전반적인 경향으로 구체화하지 못하고 한 번 시행의 결과만을 예측하는 데 사용하는 오개념이다. 이 오개념을 지닌 학생들은 어떤 사건의 확률을 생각할 때, 한 번 시행한 결과를 근거로 시행에서는 어떤 것이든지 일어날 수 있다고 생각한다(Zawojewski & Shaughnessy, 2000, p. 256).

2) 〈표 2〉를 참고하기 바란다.

다르다는 것을 실제 경험하게 함으로써 교정할 수 있다(Shaughnessy, 1997).

Shaughnessy(1977)에 의하면 시뮬레이션 활동을 통해 극복될 수 있는 확률 오개념에는 약간의 차이가 있다. 대학생을 대상으로 한 실험에서 대표성 판단 전략(representativeness heuristic)에 따른 오개념을 극복하는 데 시뮬레이션 활동이 긍정적인 영향을 미쳤지만, 유효성 판단 전략(availability heuristic)에 의한 오개념의 극복에는 의미있는 효과를 나타내지 않았다.[3] 반면, Del Mas & Bart(1987)의 연구에 참여한 초등학생들은 자신의 추측을 기술하고 이를 시뮬레이션 결과와 비교하는 경험을 통해 유효성 판단 전략이나 작은 수의 법칙(law of small numbers)[4]에 의한 확률 오개념을 극복하였다(Shaughnessy & Bergman, 1993, p. 189에서 재인용).

Falk(1989, p. 177)는 시간 축 효과(time-axis fallacy)[5]에 의한 오개념을 극복하는 데 시뮬레이션이 주요한 역할을 할 수 있다고 주장하였다. '파란 공 2개, 녹색 공 2개'[6]와 같은 문제 상황에서 실제 공을 꺼내는 시행을 반복하여 그 결과를 기록하는 시뮬레이션을 통해 나중에 일어나는 사건이 먼저 일어나는 사건에 주는 확률적 영향을 직접 확인할 수 있다.

Ⅲ. 연구 방법

이 연구는 확률 오개념의 극복을 위해 학교 수학에 시뮬레이션을 도입한 구체적인 교수학적 상황을 통해 학생들이 드러내는 특징을 '내용 탐구 요소 학습 과정'과 '오개념 극복 전략' 범주에 비추어 기술하는 데 목적이 있다.

이를 위해 우선 확률 오개념 극복 교수학적 상황에 참여할 연구 대상 학생 4명을 선정한다. 다음으로 신보미, 이경화(2008)의 연구를 통해 설계된 확률 오개념 극복 교수학적 상황에 따라 교사 1명, 연구 대상 학생 4명, 연구자 1명, 도우미 대학생 1명이 참여하는 교수 실험

3) 대표성 판단전략에 의한 오개념은 표본이 모집단의 양상을 항상 대표한다고 생각하는 오개념으로 동전을 4번 던졌을 때 HHHH보다 TTHH가 일어날 확률이 높다고 생각하는 오개념이다. 유효성 판단 전략에 의한 오개념은 쉽게 만들 수 있는 표본의 개수가 더 많다고 생각하는 오개념으로 10명 중에 2명을 뽑는 표본의 개수가 8명을 뽑는 표본의 개수보다 많다고 생각하는 오개념이다 (Shaughnessy, 1992, p. 470).

4) 도수에 대한 절대적인 안정성이 존재한다고 생각하여 표본의 크기에 따라 변이성에 차등이 있음을 느끼지 못하는 오개념이다(Biehler, 1991, p. 194).

5) 시간의 순서 때문에 나중에 일어나는 사건을 조건 사건으로 보지 못하는 오개념으로, 이러한 오개념을 지닌 학생은 주머니에서 공 2개를 비복원 추출하는 상황에서 두 번째 공이 빨간 공일 때, 첫 번째 공이 빨간 공일 확률을 구하는 문제를 해결하지 못한다.

6) 〈표 2〉를 참조하기 바란다.

을 진행한다. 확률 오개념 극복 교수학적 상황에서 학생들이 드러내는 특징은 교수 실험 결과 얻어진 자료를 ‘내용 탐구 요소 학습 과정’과 ‘오개념 극복 전략’으로 범주화된 세부 분석 관점에 비추어 기술한다. 이 과정에서 교수 실험 이후 진행된 사후 오개념 검사 결과와 교수 실험 3주 후에 진행된 학습 지속성(retention) 검사 결과를 고려한다.

1. 연구 대상

연구 대상은 광역시 소재 고등학교 2학년 자연계열 학생 129명을 대상으로 약 30여 분에 걸쳐 실시한 사전 지필 검사 결과에 비추어 선정하였다. 사전 지필 검사에 참여한 학생들은 정규 교육과정에서는 확률을 학습하지 않았으나, 이들 중 일부는 사교육에 의한 선수 학습 등으로 확률과 통계 영역의 상당 부분을 지도받은 경험이 있었다. 사전 지필 검사에 활용된 과제는 선행 연구 결과를 참고하여 연구자가 자체 고안하였으며 과제의 타당도는 전문가의 자문을 통해 평가하였다.[7] 〈표 3〉의 사전 검사 결과에 따르면 학생들은 특히 등확률(equiprobability)(문항 1, 문항 8), 변이성(문항 2), 조건사건과 연결사, 시간 축 효과(문항 5)에 의한 오개념을 지니고 있었다.

연구 대상은 사전 지필 검사 결과를 대표하는 학생들 중에서 수학적 의사소통 가능성과 수학에 대한 흥미, 연구 의욕 등을 감안하여 교수 실험에의 참여를 희망하는 학생 4명을 선정하였다. 연구 대상 학생들은 1학년 때 실시한 전국 연합 학력 평가에서 수리영역 1, 2등급을 받을 정도로 우수한 학생들임에도 불구하고 사전 지필 검사에서 상당히 낮은 정답률을 보여주었다. 〈표 3〉에 의하면 연구 대상인 경헌, 선형, 봉연, 수란[8]이가 사전 지필 검사 대상 학생들이 특히 많은 오개념을 나타내었던 문항 2, 5, 8에 대하여 비슷한 오개념이 있음을 알 수 있다.

〈표 3〉 사전 지필 검사 결과

내용	답지	응답자수	연구 대상	오개념
1. 6개의 눈이 나올 가능성이 같은 주사위 2개를 던졌을 때 다음 중 더 잘 일어날 것 같은 경우는?	**① 5와 6의 눈**	44		
	② 5와 5의 눈	5		
	③ 어떤 것이든 같다.	80	봉연, 경헌, 선형, 수란	등확률

7) 과제 타당도는 한국교원대학교 수학교육학과 김원경 교수님과 류희찬 교수님께서 평가하여 주셨다.
8) 연구 대상 4명의 이름은 모두 가명이다.

2. 빨간 사탕이 50개, 파란 사탕이 30개, 노란 사탕이 20개 들어 있는 상자에서 한 번에 10개씩의 사탕을 꺼내 빨간 사탕의 개수를 확인한 다음 다시 집어넣어 잘 섞은 다음 다시 10개의 사탕을 꺼내 빨간 사탕의 개수를 세는 시행을 5번 반복하였을 때, 각 시행에서 얻어진 빨간 사탕의 개수로 가장 적절한 것은?	① 8, 9, 7, 10, 9	13		
	② 3, 7, 5, 8, 5	47		
	③ 5, 5, 5, 5, 5	44	봉연, 경헌, 선형, 수란	변이성
	④ 2, 4, 3, 4, 3	17		
	⑤ 1, 3, 5, 7, 9	8		결과적 접근
3. 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 1개를 HHHH 또는 TTHH가 나올 때까지 던진다. HHHH가 나오면 kain이 이기고 TTHH가 나오면 abel이 이긴다. 이는 공평한 경기인가?	① 공평하다.	74	봉연, 경헌, 수란	
	② 공평하지 않다.	54	선형	
4. 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 2개를 던져서 2개 모두 H일 확률을 p, 한 개가 H일 때 다른 하나가 H일 확률을 q라고 할 때, p는 q보다	① 크다.	13	봉연, 선형	
	② 작다.	66	수란	
	③ 같다.	53	경헌	조건과 연결사
6. 10명 중에서 8명의 대표를 고르는 경우의 수가 10명 중에서 2명의 대표를 고르는 경우의 수보다 더	① 많다.	20		
	② 적다.	34		유효성
	③ 같다.	75	봉연, 경헌, 선형, 수란	
7. 6개의 눈이 나올 가능성이 같은 주사위 1개를 3번 던져 5의 눈이 3번 나올 확률을 p, 6개의 눈이 나올 가능성이 같은 주사위 3개를 1번 던져 5의 눈이 3번 나올 확률을 q라 하면 p가 q보다	① 크다.	19		독립성
	② 작다.	25	봉연	
	③ 같다.	85	경헌, 선형, 수란	
8. 압정 3개를 한꺼번에 던졌을 때, 침이 있는 부분이 3번 나올 확률은 등 부분이 3번 나올 확률보다	**① 크다.**	42	봉연	
	② 작다.	32	선형, 수란	
	③ 같다.	55	경헌	등확률
9. 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 1개를 5번 던졌을 때 다음 중 가장 일어날 것 같은 경우는?	① HHHTT	4		
	② HTTHT	23	선형	대표성
	③ THTTT	3		
	④ HTHTH	7	봉연	
	⑤ 어떤 것이든 같다.	92	경헌, 수란	
10. 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 1개를 5번 던졌더니 TTTTT라는 결과를 얻었다. 이 동전을 6번째 던졌을 때 나올 가능성이 가장 높은 결과는?	① T	21	봉연	
	② H	13		부적최근효과 (gambler's fallacy)
	③ T든 H든 같다.	95	경헌, 선형, 수란	
11. 100번 던졌을 때 앞면이 65번 나온 동전은 정상적인 동전이라고 볼 수 있는가?	**① 정상이다.**	51	수란	
	② 비정상이다.	9	봉연, 선형	변이성
	③ 알 수 없다.	69	경헌	

내용	확률	응답자수	연구 대상	오개념
5. 흰 공이 2개, 빨간 공이 2개 들어 있는 주머니에서 공 2개를 비복원 추출할 때, (1) 첫 번째 공이 빨간 공일 때, 두 번째 공이 빨간 공일 확률을 구하여라.	$\frac{1}{6}$	34		
	$\frac{1}{3}$	50	**봉연, 경헌, 선형, 수란**	
	기타	33		
	무응답	12		

5. (2) 두 번째 공이 빨간 공일 때, 첫 번째 공이 빨간 공일 확률을 구하여라.	$\frac{1}{2}$	34	봉연	시간 축 효과
	$\frac{1}{3}$	**29**		
	$\frac{1}{4}$	18	경헌, 선형	시간 축 효과
	$\frac{5}{12}$	18	수란	시간 축 효과
	기타	11		
	무응답	19		

연구 대상 학생 4명은 교수 실험에 참여하는 동안 정규 수업 시간에 경우의 수 단원을 학습하였으며 확률 단원은 배우지 않았다. 그러나 이들 4명은 수학적 확률과 통계적 확률에 대한 비형식적인 정의를 말할 수 있었으며 확률, 통계 내용에 대해 이미 선수학습을 받은 상태였다. 인문계 고등학교의 특성상 앞으로 학습할 내용을 미리 배우지 않은 학생을 찾는 데는 상당한 어려움이 있어 선수학습 여부에도 불구하고 이들을 연구 대상으로 선정하였다. 확률에 대한 연구 대상의 사전 지식과 확률 오개념과의 관계 등을 명시적으로 밝히지 못한 이 연구의 이러한 제한점을 감안할 때, 선수학습을 받지 않은 다른 학교 급별의 학생을 대상으로 한 후속연구가 필요하다고 본다. 연구 대상의 선수 학습 내역 및 정의적 특성은 〈표 4〉와 같다.

〈표 4〉 연구 대상의 특성

학생	확률 통계 영역 선수학습 범위	정의적 특성	교과 성취 수준	연합학력평가 수리영역 등급
경헌	수학 Ⅰ, Ⅳ. 통계, 2. 이산확률변수와 표준편차	수동적인 학습 태도 수업 시간에 자주 졸고 학습 태도가 좋지 않음.	중상	2
수란	수학 Ⅰ, Ⅳ. 통계, 2. 이산확률변수와 표준편차	활발하고 자신의 의견을 말하는 것을 좋아함. 참신한 풀이 과정을 내놓을 때도 있음.	중상	1
선형	수학 Ⅰ, Ⅳ. 통계, 2. 이산확률변수와 표준편차	문제를 다른 각도에서 보려고 노력함. 새로운 풀이를 선호하지만 엉뚱한 결과를 얻을 때도 있음.	우수	2
봉연	수학 Ⅰ, Ⅳ. 통계, 2. 이산확률변수와 표준편차	수학 공부를 아주 열심히 하는 학생으로 상당한 수학적 재능을 지니고 있음.	매우 우수	2

2. 자료 수집 방법

이 연구에서는 신보미, 이경화(2008)가 개발한 확률 오개념 극복 교수학적 상황을 위한 국소적 수업이론과 가설 학습 경로에 기반하여 교수 실험을 진행하였다. 〈표 2〉의 수업 활동 과제를 활용하여 〈표 1〉의 가설 학습 경로에 따라 7차시 분량의 수업을 실시하였다. 교수

실험은 연구 대상 학생들의 희망에 따라 학교생활에 지장을 주지 않는 범위에서 1주간의 주말을 이용하여 진행하였다.[9] 각 차시마다 교수 실험 소요 시간은 50분으로 연구 대상 학생들이 재학하고 있는 고등학교의 도서관에서 실시하였다. 도서관에는 모둠 토론이 가능한 원탁이 준비되어 있으며, 웹 조작을 위한 컴퓨터 환경이 제공되었다. 교사와 연구 대상 학생들은 원탁에 앉아 대화를 통해 해당 차시의 문제 상황에 적응을 시도하였으며 자유롭게 칠판과 컴퓨터를 활용하였다.

교수 실험은 해당하는 차시에서 다루고자 하는 수업 활동 과제에 대한 교사의 간단한 설명으로 시작하였다. 교사는 문제 상황에 대해 학생들이 충분히 이해하였는지를 확인한 다음 국소적 수업이론 3)에서 제시하고 있는 바와 같이 초기 추측, 시뮬레이션 실행, 오개념 인식, 이론화의 오개념 극복 전략 4단계에 따라 탐구 활동이 진행되도록 안내하였다. 교사는 탐구 활동이 원활히 진행되도록 하는 안내자이면서 탐구 활동을 촉진하는 질문자, 경우에 따라서는 문제 상황을 학생과 함께 탐구하는 공동의 탐구자로서의 역할을 맡았다.

연구자는 교수 실험 상황을 객관적으로 관찰하고 분석하는 데 충분한 거리를 두려고 노력하였다. 연구자는 교사와 학생들의 활동에 개입하지 않으면서 관찰만 하는 입장에서 자료를 수집하였으며, 학생 면담 등을 위한 참조 내용을 표시하기 위해 필드 노트를 작성하였다. 도우미 대학생은 수업 상황을 5대의 디지털 캠코더로 촬영하고 수업 활동에서 교사와 학생의 모든 발언을 오디오 자료로 녹음하였다. 또한 칠판에 판서되는 결과는 디지털 카메라를 사용하여 촬영하였다.

교수 실험 이후에는 사후 오개념 지필 검사와 학습 지속성 검사를 실시하였다. 사후 오개념 지필 검사는 교수 실험이 끝난 직후 Fischbein & Schnarch(1997)가 개발한 검사지를 활용하여 20여 분 동안 연구 대상 학생에게 투입하였으며, 학습 지속성 검사는 교수 실험 3주 후에 연구 대상 학생을 대상으로 20여 분에 걸쳐 실시하였다.[10] 학습 지속성 검사지는 연구자가 선행 연구 등을 참고하여 직접 개발하였으며 그 타당도는 전문가의 검토를 받았다.[11] 사후 오개념 지필 검사와 학습 지속성 검사에 의한 자료 수집은 질적 사례 연구에서 관찰에 의한 자료 수집, 면담에 의한 자료 수집과 더불어 주요한 자료 수집 방법 중의 하나인 문서(document)에 의한 자료 수집 방법에 따른 것으로 이와 같은 자료 수집 방법의 다원화는 질적 사례 연구의 객관화를 위한 실천적 시도로 연구 결과에 대한 신뢰성을 증진시키는 적극적인 방법이라고 볼 수 있다(Yin, 1994, p. 92).

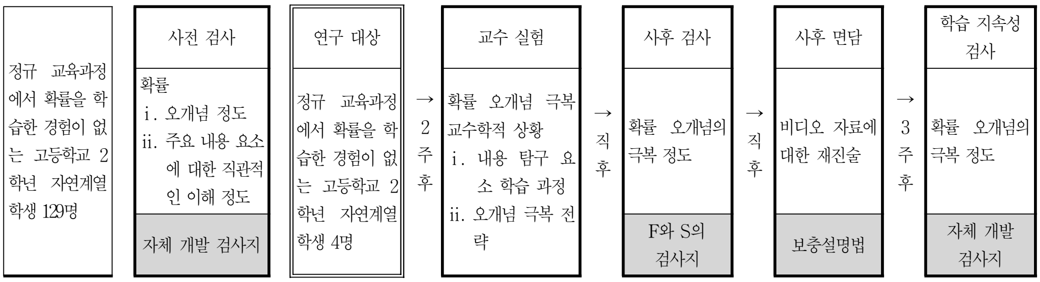
9) 토요일과 일요일에 오전 100분, 오후 100분간의 수업을 진행하여 학습 피로도가 수업의 효과에 미치는 영향을 최소화하려고 노력하였다.

10) 사후 오개념 검사지와 학습 지속성 검사지는 〈부록 1〉, 〈부록 2〉를 참조하기 바란다.

11) 과제 타당도는 한국교원대학교 수학교육학과 김원경 교수님과 류희찬 교수님께서 평가하여 주셨다.

사후 면담은 비디오로 녹화된 교수 실험 상황을 재생하여 특정 장면에 대해 학생들의 재진술을 듣는 보충 설명법(complementary accounts methodology)[12]에 따라 진행하였다. 사후 면담은 연구 대상 학생 모두에게 1인당 20여 분 정도에 걸쳐 실시하였다. 사후 면담을 통해 믿을만한 답변 결과를 도출하면서도 학생의 설명에 융통성 있게 대처하기 위해 사후 면담에 앞서 연구자는 면담 대본을 작성하였다.

이 연구에서는 정규 교육과정을 통해 확률을 학습한 경험이 없는 고등학교 2학년 자연계열 129명을 대상으로 사전 지필 검사를 실시하여 이로부터 선정된 연구 대상 4명이 참여하는 교수 실험과 사후 검사, 사후 면담, 학습 지속성 검사를 진행함으로써 〔그림 1〕과 같은 방법에 의해 분석하고자 하는 자료를 수집하였다.



〔그림 1〕 자료 수집 방법

3. 자료 분석 방법

교수 실험 상황에 대한 비디오 및 오디오 자료, 사진 자료, 필드 노트, 사후 면담 자료, 전사 자료를 토대로 '내용 탐구 요소 학습 과정'과 '오개념 극복 전략'의 특징을 살펴보기 위한 세부 분석 관점은 〈표 5〉, 〈표 6〉과 같다.

'내용 탐구 요소 학습 과정' 범주에서는 주요 내용 요소인 통계적 확률, 큰 수의 법칙, 통계적 추론에 대한 개념이 언급되고 이를 활용하여 문제를 해결하는지, 주요 내용 요소의 가치와 필요성이 인식되는지, 탐구 과정에서 드러나는 통계적 추론은 어떤 특징을 지니는지를 중점적으로 기술하였다.

12) 보충설명법은 자료 분석 과정에서 연구자의 추측을 최소화하고, 연구 자료의 풍부함을 최대화하려는 시도이다(Clarke, 1998).

〈표 5〉 내용 탐구 요소 학습 과정에 대한 세부 분석 관점

범주	세부 관점	코드
주요 내용 요소의 개념이 드러나고, 그 내용 요소가 활용되는가?	통계적 확률의 정의가 언급되고, 이를 구할 수 있는가?	CSp
	큰 수의 법칙의 내용이 언급되고, 이를 이용하여 수학적 확률과 통계적 확률의 관계를 살피는가?	CL
	차시와 관련된 구체적인 내용 요소가 언급되고, 이로부터 문제를 해결하는가?	CS
주요 내용 요소의 가치와 필요성이 인식되는가?	통계적 확률이 활용되는 예를 들 수 있는가?	CSpv
	시뮬레이션이 활용되는 예를 들 수 있는가?	Csv
	차시와 관련된 구체적인 내용 요소의 의미를 말할 수 있는가?	CSv
탐구 과정에서 나타나는 통계적 추론의 특징은 무엇인가?	전체적인 집중 경향을 어떻게 추론하는가?	CRM
	변이성을 어떻게 추론하는가?	CRV
	표본의 크기에 따라 어떻게 추론하는가?	CRS

‘오개념 극복 전략’ 범주에서는 초기 추측 단계의 오개념에는 어떤 특징이 있는지, 시뮬레이션 진행 과정이 초기 추측에 어떤 영향을 미치는지, 시뮬레이션 결과를 수학화할 때 어떤 특징이 나타나는지를 살펴보았으며 오개념 극복에 새로운 전략을 활용하는지도 확인하였다.

〈표 6〉 오개념 극복 전략에 대한 세부 분석 관점

범주	세부 관점	코드
시뮬레이션 진행 이전 초기 추측 단계에 드러나는 오개념은 무엇인가?	예견된 오개념이 드러나는가?	McP
	새로운 오개념이 드러나는가?	McN
	드러난 오개념은 F＆S의 7가지 판단전략에 따른 것인가?	McFS1-7
시뮬레이션 진행 과정은 초기 추측에 어떤 영향을 미치는가?	시뮬레이션 과정은 초기 추측의 오류를 인정하게 하는가?	McSB
	시뮬레이션 과정은 초기 추측을 강화하게 하는가?	McSR
시뮬레이션 결과를 수학화할 때 어떤 특징이 드러나는가?	시뮬레이션 결과에서 수학화를 위한 힌트를 얻는가?	McMS
	수학화한 결과를 음미하는가?	McMR
오개념 극복의 다른 전략이 있는가?	수학적인 전략을 통해 오개념을 극복하는가?	McMs
	언어적인 설명을 통해 오개념을 극복하는가?	McWs

Ⅳ. 연구 결과

1. 내용 탐구 요소 학습 과정의 특징

'내용 탐구 요소 학습 과정'의 세부 분석 관점에 비추어 교수 실험 결과 수집된 자료 전반을 분석한 결과를 요약하면 〈표 7〉과 같다.

〈표 7〉 내용 탐구 요소 학습 과정의 특징

범주	내용	수업 활동 과제
주요 내용 요소의 가치 인식	통계적 확률로 수학적 확률 계산 전략을 정당화한다.	1차시, 주사위 2개
주요 내용 요소의 출현과 활용	통계적 확률은 상대도수에 의해 추정될 수 없다.	1차시, 주사위 2개
통계적 추론	통계적 자료의 범위를 추정할 수 있다.	1차시, 빨간 공
	재추출 전략을 발견하고, 문제 해결에 활용한다.	4차시, 카인과 아벨, 7차시, 정상 동전

가. 통계적 확률로 수학적 확률 계산 전략을 정당화한다

교수 실험을 진행하기 앞서 학생들은 통계적 확률의 비형식적 정의를 설명할 수 있었다. 시뮬레이션 활동을 진행해본 다음에는 통계적 확률로 수학적 확률의 계산 전략을 정당화할 수 있음을 인식하였다. 1차시의 '주사위 2개' 문제[13]에서 학생들은 시뮬레이션을 통해 얻은 빈도적 자료는 수학적인 확률 계산을 어려워하는 사람을 이해시키는 데 활용될 수 있다고 답하였다. 학생 대부분에게 시뮬레이션에 의해 얻은 통계적 확률은 수학적 확률을 구하지 못하거나 구하더라도 오류를 범하는 상황, 수학적인 해결 전략을 설명하는 상황을 보완하는 도구로 인식되었다.

13) Batanero & Sanchez(2005, p. 248)에서 인용.

54 교사 : … 주사위를 던졌을 때 5와 6의 눈이 나올 가능성이 5와 5의 눈이 나올 가능성보다 더 많다고 말했는데요. 그 이유를 5와 6, 6과 5이기 때문이라고 했잖아요? 그런데 어떤 사람이 왜 그렇게 순서를 생각해야 하느냐고, 왜 5와 6이 나올 가능성이 크냐고 물어봤어요. 그럼 어떻게 답해줄 것 같아요?
55 봉연 : 해보니까 5와 6이 더 많이 나오더라. (CSpv1)

사전 검사 문항 1에서 2개의 주사위를 던졌을 때 '5와 6의 눈이 나올 가능성'과 '5와 5의 눈이 나올 가능성'이 같다는 등확률 오개념을 드러냈던 연구 대상 학생들은 시뮬레이션 활동을 실제 '해봄으로써' 5와 6의 눈이 더 자주 나온다는 것을 이해하였다. 사후 오개념 검사 결과 역시 학생들이 이와 관련된 오개념을 극복하였음을 보여준다.

〈표 8〉 사전 검사 문항 1에 대한 사후 오개념 검사 결과

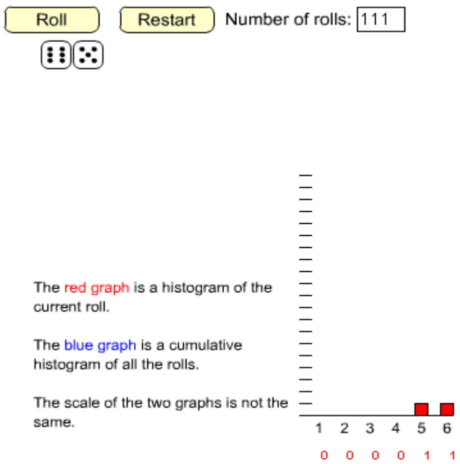
사전 검사	답지	연구 대상	사후 오개념 검사	답지	연구 대상
1. 6개의 눈이 나올 가능성이 같은 주사위 2개를 던졌을 때 다음 중 더 잘 일어날 것 같은 경우는?	① **5와 6의 눈**		3. 6개의 눈이 나올 가능성이 같은 주사위 2개를 동시에 굴렸을 때, 나올 가능성이 가장 큰 것은?	① **5와 6의 눈**	수란, 선형, 봉연, 경헌
	② 5와 5의 눈			② 5와 5의 눈	
	③ 어떤 것이든 같다.	봉연, 경헌, 선형, 수란		③ 어떤 것이든 같다.	

나. 통계적 확률은 상대도수에 의해 추정될 수 없다

선행 연구에 따르면 시뮬레이션을 통한 빈도적 접근은 학생들이 초기 추측의 오류를 알아볼 수 있게 하기 때문에 확률 오개념의 극복에 효과적이다. 선행 연구 결과와 마찬가지로 이 연구에 참여한 학생들도 대부분 시뮬레이션 결과 얻은 빈도적 자료를 근거로 자신의 초기 추측을 반성하였다. 반면에 시뮬레이션을 통해 수집된 자료값 자체를 신뢰할 수 없다고 생각하는 학생도 있었다.

수란이는 무한 번의 시행을 전제로 정의되는 통계적 확률을 컴퓨터나 구체물에 의한 유한 번의 시행을 통해 얻은 상대도수로 추정하는 것은 시뮬레이션 결과가 얼마든지 달라질 수 있기 때문에 위험하다고 지적하였다. 수란이는 시뮬레이션 결과 얻어진 빈도적 자료를 신뢰할 수 없기 때문에 자신의 초기 추측의 오류를 인정할 수 없다고 주장하기도 하였다.

43 선형 : 5, 5가 너무 빈약해. 차이가 너무 나. 7대 1이야.
44 봉연 : 우리는 15대 8.
45 수란 : 저는 저 컴퓨터 프로그램에 신빙성이 가지 않아요. (McSB_N2)
46 교사 : 그렇게 생각하는 사람들도 있어요. 컴퓨터가 뭔가 잘못하고 있다고 생각하는 사람. 그럼, 직접 던져보는 것이 나은가요?
73 수란 : 손으로 던진 것도 컴퓨터로 한 거랑 똑같은데요. 직접 해도 믿음이 안 갈 것 같아요. 횟수가 유한 번으로 정해져 있으니까요. (CSp2) 무한히 한 게 아니니까 그 숫자가 몇 번 나올 것인가 하는 것은 그냥 운인 것 같아요.



〔그림 2〕‘주사위 2개’ 시뮬레이션 결과

여러 선행 연구는 통계적 확률에 대한 정의가 ‘충분히 많은 반복 시행을 전제로 하였다는 점’과 ‘상대도수의 수렴성을 선험적으로 가정하고 있다는 점’에서 한계가 있다고 지적하였다. Shaughnessy(1992, p. 488)와 Batanero 등(2005, p. 23)에 따르면 이러한 한계는 각각 컴퓨터 시뮬레이션과 큰 수의 법칙을 통해 일정 부분 극복될 수 있다. 그러나 수란이의 예는 컴퓨터 시뮬레이션 환경이 통계적 확률을 다루기 위한 충분조건이 아님을 시사한다. 이는 빈도적 관점에서 확률을 다루고자 하는 교수학적 상황에서는 상대도수의 변화 양상을 설명해 주는 원리인 큰 수의 법칙이 통계적 확률과 함께 다루어질 필요가 있음을 보여준다.[14] 확률 오개념의 극복을 위해 시뮬레이션을 활용하는 교수학적 상황을 확률 교육과정에 도입하기 위해 현재 교육과정에서 분리되어 지도되는 통계적 확률과 큰 수의 법칙이 동시에 다루어질 수 있도록 하는 방안을 고려해 볼 필요가 있다.

다. 통계적 자료의 범위를 추정할 수 있다

교수 실험 상황에서 초기 추측의 부적절성은 시뮬레이션을 통한 실제적 경험으로부터 통계적 추론에 의해 자연스럽게 인식될 수 있도록 하였다. 국소적 수업이론 5)에서는 이와 같은 통계적 추론이 범위(range)와 재추출(resampling) 전략을 통해 진행되어야 함을 설명하고 있다. Shaughnessy 등(2003)은 학생들이 반복 시행의 상황에서 자료값이 존재하는 범위를 생

14) 큰 수의 법칙을 적절하게 지도하는 방안은 Biehler(1991), Freudenthal(1972), Jardine(2000), Quinn(2000), Rubenstein, Craine & Butts(1998), Shin & Lee(2006), Watkins, Scheaffer & Cobb(2005) 등의 연구를 참조하기 바란다.

각해봄으로써 신뢰구간과 분포의 개념을 형성하는 데 필요한 기초적인 아이디어를 갖게 되며 자료의 변이성을 바람직하게 추론할 수 있게 된다고 지적하였다.

1차시의 '빨간 공' 문제[15]에 대한 초기 추측에서 빨간 공이 정확히 5개 나온다고 하였던 학생들은 시뮬레이션 활동에 참여한 이후 10개의 공을 꺼냈을 때 빨간 공이 가장 많이 나올 것 같은 '범위'를 추정할 수 있었다. 이는 변이성을 인식하지 못하던 학생들이 시뮬레이션을 통해 자료의 범위를 예측함으로써 통계적 추론이 가능하게 된 것으로 볼 수 있으며, 교수학적으로 주요한 가치를 지닌다고 할 수 있다.

93 교사 : 시뮬레이션 결과가 어떻게 나왔나요? 모두 5가 나온 경우가 있었나요?
94 선형 : 4, 5, 6이 제일 많이 나왔어요. (McSB_Y3)
95 봉연 : 5개가 제일 많이 나왔습니다. 제 말이 옳았어요.
96 교사 : 그렇다고 항상 5가 나옵니까?
97 봉연 : 그건 아니에요. (McSB_Y3)
98 교사 : 그러면 10개의 공을 꺼냈을 때 빨간 공이 몇 개 정도 나온다고 볼 수 있습니까?
99 경헌 : 그러니까 4에서 6 사이가 가장 많아요. (CRV)

라. 재추출 전략을 발견하고, 문제 해결에 활용한다

Pfannkuch(2005)에 의하면 중심에 대한 추론, 변이성에 대한 추론, 표본에 대한 추론 등의 통계적 추론은 기본적으로 반복 시행 또는 표본을 여러 번 추출하는 재추출 전략을 통해 진행된다. 따라서 이를 학생들이 스스로 발견하게 되는 것은 주요한 교수학적 의미를 지닌다. 실제 이 연구에 참여한 학생들은 4차시의 문제 상황을 이론화하는 과정에서 표본으로부터 모집단의 특성을 추론하는 방법으로 재추출 전략을 발견하였다.

279 선형 : 주머니에서 흰 공 아니면 검은 공이 나오니까 공평하다고 말하면 안 돼요.
280 교사 : 주머니 속의 상황을 모른 채로 공을 꺼내보는 드러난 상황만을 가지고 공의 색깔이 두 가지밖에 없네 하고 생각하면서 공평하다고 생각하는 것은 잘못된 것입니다. 그렇다면 이러한 상황에서 어느 것이 더 가능성이 크다고 알아내는 방법은 어떤 것이 있을까요?
287 수란 : 계속 빼봐요. (CRS2)

표본을 여러 번 추출함으로써 모집단의 특성을 추측해 보는 재추출 전략은 7차시에서 '정상적인 동전'을 판단할 때도 활용되었다. 학생들은 주어진 자료로부터 타당한 통계적 판단을 내리기 위해서는 비슷한 시행을 여러 번 반복해 볼 필요가 있음을 교사의 안내가 없이도 인식하였다.

15) Shaughnessy(2003, p. 220)에서 인용.

856 수란 : 근데 방금 100번 던졌을 때 그것도 같은 동전이잖아. 그래서 60번 이상은 4 번 있었지만 한 번 더 시행을 해 봐가지고 이번에는 50번이 나올 수도 있잖아.
857 선형, 봉연 : 이것만으로는.
858 수란 : 이것은 한 번의 시행이니까 결정짓기 어려워.
859 선형 : 이것만으로는 단정 짓기가……. 여러 번 해봐야 해. (CRS2)

2. 오개념 극복 전략의 특징

'오개념 극복 전략'의 세부 분석 관점에 비추어 교수 실험 결과 수집된 자료 전반을 분석한 결과를 요약하면 〈표 9〉와 같다.

〈표 9〉 오개념 극복 전략의 특징

범주	내용	수업 활동 과제
초기추측 단계	확률 문제를 수학적인 맥락에서만 다루는 것은 확률 오개념을 자극할 수 있다.	1차시, 빨간 공
	확률 오개념도 문제 상황의 적응에 도움이 될 수 있다.	7차시, 10명 중 8명 이상이 남자
시뮬레이션 실행 및 오개념 인식 단계	시뮬레이션 도구는 시뮬레이션 결과의 신뢰성에 영향을 미친다.	1차시, 주사위 2개
시뮬레이션 결과의 이론화 단계	통계적 확률은 수학적 확률을 평가하는 기준이 된다.	6차시, 생일

가. 수학적인 맥락에서만 확률을 다루는 것은 확률 오개념을 자극할 수 있다

Shaughnessy 등(2003)에 의하면 확률 문제 상황을 수학적인 맥락에서만 다루게 되면 오히려 변이성을 고려하지 않는 오개념, 결과적 접근 판단 전략에 의한 오개념 등이 강화될 수 있으므로 확률 개념에 대한 여러 관점으로 보강된 새로운 모델이 필요하다. 그는 시뮬레이션을 통한 실제 반복 시행의 상황에서 자료값이 존재하는 범위를 생각해보는 경험을 통해 이러한 오개념을 극복할 수 있다고 하였다.

실제 연구 대상 학생 중에는 이론적 관점의 확률만을 고려하여 부적절한 확률 직관을 보여준 경우가 있었다. 1차시의 '빨간 공' 문제에 대한 초기 추측에서 봉연이는 10개의 공을 10번 택하였을 때 빨간 공이 모두 정확하게 5개씩 나올 것이라고 추측하였다. 수란이는 빨간 공이 뭐든 나올 수 있다고 답하였다. 봉연이는 개별 자료의 변이성을 고려하지 않는 오

개념을, 수란이는 결과적 접근 판단 전략에 따른 오개념을 지니고 있다. 이는 '빨간 공' 문제 상황과 관련된 전형적인 오개념으로 예견된 것들이다.

76 봉연 : 5개
77 교사 : 모두 5개씩 나온다고요?
78 봉연 : 네. (McP2)
79 교사 : 그 이유는요?
80 봉연 : 수학적으로 더 가깝기 때문이에요. (McP2)
90 교사 : 10개씩 뽑았을 때 빨간 공이 몇 개씩 나왔을까 써보세요.
91 수란 : 10, 8, 7, 6, ……. 뭐든 나올 수 있어요. (McP3)

봉연이는 '수학적으로 더 가깝기' 때문에 빨간 공이 정확히 5개씩 나온다고 추측하였다. 개별 자료의 변이성을 고려하지 못하는 봉연이의 오개념은 주어진 문제 상황을 수학적 관점에서만 고려하고 있기 때문으로 해석할 수 있다. 봉연이는 교수 실험 이후 진행된 사후 면담에서 20개의 공을 10번 꺼냈을 때 나타날 빨간 공의 개수를 생각해 보라고 하자 그 개수가 정확히 10개가 아니라 10개 근방에 있을 것이라고 설명하였다. 봉연이는 시뮬레이션을 진행하는 과정에서 이러한 사실을 확인할 수 있었다고 하였다. Shaughnessy 등이 지적하고 있는 바와 같이 봉연이는 시뮬레이션을 통한 실제 반복 시행의 경험에 의해 자료 값이 존재하는 범위를 고려할 수 있게 되었다.

이와는 달리 수란이에게 시뮬레이션 결과는 자신의 초기 추측인 결과적 접근 판단 전략에 의한 오개념을 확인하고 이를 극복하는 데 별로 도움이 되지 못하였다. 오히려 수란이는 초기 추측을 근거로 시뮬레이션 결과를 거부하였다. 수란이는 사후 면담에서 '뭐든'의 의미를 '동전을 100번 던졌을 때 앞면이 100번 모두 나올 수도 있다.'는 뜻이라고 설명하였다. 이론적으로는 그렇지만 실제 시뮬레이션 과정에서 그러한 경우가 나타났는가를 묻자 거의 나타나지 않았기 때문에 시뮬레이션 결과를 신뢰할 수 없다고 답하였다.

수란이는 앞서 통계적 확률의 정의와 관련하여 그 한계를 지적함으로써 시뮬레이션 결과의 신뢰성에 의문을 제기한 학생이다. 시뮬레이션 결과와 초기 추측 사이의 이러한 부조화는 통계적 확률의 이론적인 정의만을 염두에 두는 수란이의 인지적 태도와 관련된다고 볼 수 있다. 수란이의 경우처럼 확률 지식에 대한 이해가 지나치게 이론적 맥락에서만 진행될 때 확률 오개념의 극복을 위해 시뮬레이션을 활용하는 과정이 의미있게 진행되지 않을 수도 있다.

나. 확률 오개념도 문제 상황의 적응에 도움이 될 수 있다

학생들은 환경에 적응함으로써 지식을 구성한다. 오개념은 특정한 배경의 문제 상황에서는 성공적이고 유용하지만 더 넓어진 새로운 문제 상황에의 적응은 어렵게 하는 기존의 지식 체계 중 일부이다(Brousseau, 1997). 확률 오개념일지라도 특정한 문제 상황에의 적응에는 도움이 될 수 있다.

7차시의 ‘10명 중 8명 이상이 남자’ 문제 상황에 대해서는 표본 크기 효과에 의한 오개념[16]이 예견되었다. 표본 크기 효과에 의한 오개념을 지닌 학생은 이 문제 상황의 답을 ③번으로 택하는 경향이 있다. Fischbein & Schnarch(1997, p. 103)는 표본 크기 효과에 의한 오개념이 큰 수의 법칙을 고려함으로써 극복될 수 있다고 주장하였다. 봉연이는 초기 추측에서 큰 수의 법칙을 근거로 ‘10명 중에서 8명 이상이 남자일 가능성이 100명 중에서 80명 이상이 남자일 가능성보다 크다’는 바른 판단을 내렸다.

697 봉연 : 1번.
698 교사 : 1번? 어째서요? 이유는요?
699 봉연 : 어……. 반반 있잖아요. 많이 어긋난 것 같잖아요. 큰 수의 법칙이잖아요. 많이 할수록 벗어난 정도가 작지 않을까 해서……. (McMs2)
700 교사 : 음……. 100개니까?
701 봉연 : 그니까 일어날 가능성이 80명 이상인 것이 더 작을 거 같아요. 2번이. 그니까 1번일 거 같아요.
702 선형 : 저도 같은 이유로 1번입니다.
703 경헌 : 나도.
704 봉연 : 실행할수록 오차가 더 적어질 거 같으니까.

‘많이 할수록 벗어난 정도가 작다’는 큰 수의 법칙에 대한 아이디어를 바탕으로 봉연이는 ‘10명 중 8명 이상이 남자’ 문제 상황에 적절하게 적응할 수 있었다. 또한 봉연이는 ‘동전 1개를 10번 던졌을 때 앞면이 5번 나올 확률과 20번 던졌을 때 앞면이 10번 나올 확률’을 비교하는 새로운 문제 상황에서도 두 확률이 ‘다르다’는 바른 판단을 내렸다. 그러나 이 두 확률이 다른 이유를 큰 수의 법칙 때문이라고 설명하면서 동전 1개를 20번 던졌을 때 앞면이 10번 나올 확률이 더 클 것이라고 추측하였다. 사후 면담에서 봉연이는 큰 수의 법칙과 관련된 이러한 자신의 생각이 잘못되었음을 인정하였다.

806 봉연 : 큰 수의 법칙을 생각하면 20개일 때가 더 커야 하지 않아? (McN2)
807 수란 : 20개에서 10개 나오는 게 더 큰 거 아냐? 이거 확률이 더 크지.
808 봉연 : 큰 수의 법칙이 성립하잖아. 그러니까 (커야해)

16) 확률을 추정할 때 표본의 크기가 미치는 영향을 소홀히 하는 오개념이다(Tversky & Kahneman, 1982).

⋮

봉연 : 시뮬레이션을 해보니 통계적 확률은 수학적 확률의 근방에 있는 값이 많이 나오지 정확히 수학적 확률에 해당하는 상대도수가 많이 나오는 것 같지는 않아요. (McSB_Y2)

봉연이의 경우처럼 큰 수의 법칙을 '시행 횟수가 많을수록 통계적 확률이 수학적 확률과 같게 된다'로 잘못 이해하여도 특정한 문제 상황에는 적절하게 적응할 수 있다.[17] 때문에 학생들은 큰 수의 법칙에 대해 자신이 지닌 이해의 한계를 극복해야 할 필요성을 느끼지 못하여 이에 대한 오개념이 지속될 수 있다. 큰 수의 법칙을 그대로 전달하는 것으로는 큰 수의 법칙에 대한 바른 이해가 보장될 수 없는 이유가 여기에 있다. 학생들은 큰 수의 법칙과 관련된 다양한 문제 상황에 참여함으로써 자신의 이해에 부적합한 부분을 적극적으로 인식할 수 있어야 한다. 시뮬레이션을 활용하는 수업 상황을 통해 학생들이 자신의 확률 오개념을 스스로 인식하도록 함으로써 이를 수정하려는 인지적 노력을 자극할 수 있다.

다. 시뮬레이션 도구는 시뮬레이션 결과의 신뢰성에 영향을 미친다

시뮬레이션은 동전이나 주사위 등을 직접 이용하는 물리적 시뮬레이션과 컴퓨터를 이용하는 컴퓨터 시뮬레이션으로 나누어 생각할 수 있다. Borovcnik & Peard(1996; Shaughnessy & Bergman, 1993)는 컴퓨터 시뮬레이션이 의사무작위(pseudo-randomness) 상황이기 때문에 시뮬레이션 초기에는 물리적 시뮬레이션을 통해 자료를 모을 수 있도록 학생들을 격려하는 것이 바람직하다고 주장하였다. 반면, Pratt(2005)에 의하면 학생들은 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 얻은 수가 의사무작위 결과라는 사실에 신경을 쓰지 않는다. Pratt는 학생들에게 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 무작위 상황과 물리적 시뮬레이션에 의한 무작위 상황이 다르지 않다고 주장하였다.

교수 실험에 참여한 학생들은 시뮬레이션 도구에 따라 시뮬레이션 결과의 무작위성이 달라지기 때문에 시뮬레이션 도구가 중요하다고 생각하였다. 수란이는 컴퓨터가 무작위로 숫자를 보여주는 것이 어떤 프로그래밍 절차를 거친 결과일 것이므로 이것을 진짜 무작위 상황으로 볼 수 있는 것인지 의문을 제기하였다. 선형이는 수란이와 같은 이유로 컴퓨터 시뮬레이션보다는 구체물을 던져 보는 물리적 시뮬레이션이 더 낫고 생각하였다.

56 교사 : …… (수란에게 다시 묻는다) 왜 컴퓨터가 믿음이 안 가나요?
57 수란 : 수를 어떻게 고르는지 모르겠어요.

---

17) 큰 수의 법칙에 대한 오개념과 학교 수학에서 큰 수의 법칙을 지도하는 방식 사이의 관계에 대한 보다 자세한 논의는 Biehler(1991), Freudenthal(1972), Jardine(2000), Quinn(2000), Rubenstein, Craine & Butts(1998), Shin & Lee(2006), Watkins, Scheaffer & Cobb(2005) 등의 연구를 참조하기 바란다.

58 교사 : 어떻게 (5, 5)를 만드는지 모르겠다?
59 수란 : 자기 마음대로 하는 것 같아요.
60 교사 : 직접 던져보는 것이 나은가요?
61 선형 : 그런 생각도 잠시 했어요. (McSB_N2)

사후 면담에서 수란이는 프로그래밍 과정이 함께 제시된다면 컴퓨터 시뮬레이션의 무작위성을 조금은 믿을 수 있을 것 같다고 답하였다. 한편, 경헌이와 봉연이는 컴퓨터 시뮬레이션 결과가 직접 구체물을 던지는 물리적 시뮬레이션보다는 더 무작위 상황과 비슷할 것이라고 생각하였다. 이 두 학생은 직접 던지는 것에는 던지는 방법 등의 여러 변수가 포함될 수 있기 때문에 컴퓨터 시뮬레이션 결과가 보다 믿을만하다고 하였다.

71 봉연 : 손으로 하면 던지는 방법 때문에 무작위가 안 될 수 있어요. (McSB_Y6)

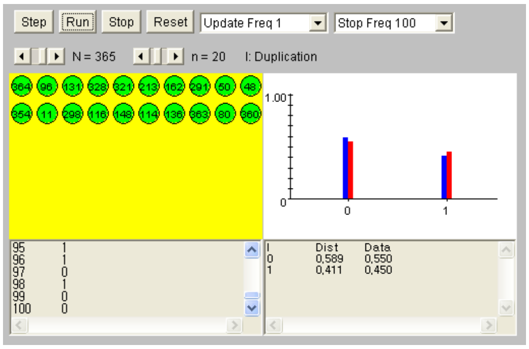
초기 추측의 적절성을 시뮬레이션 결과에 비추어 반성함으로써 확률 오개념을 극복하도록 하는 오개념 극복 전략의 효과 여부는 학생들이 시뮬레이션 결과를 어느 정도로 의미있게 받아들이는가에 기초한다. Pratt의 견해와 달리 학생들은 시뮬레이션 도구에 민감한 반응을 보일 수 있으므로 시뮬레이션 도구에 대한 심도 있는 교수학적 논의가 필요하다.

라. 통계적 확률은 수학적 확률을 평가하는 기준이 된다

학교 확률 교육과정에서 통계적 확률과 수학적 확률의 관계는 일반적으로 통계적 확률의 적절성이 수학적 확률에 비추어 평가되는 방식으로 지도되어 왔다. 예를 들어 동전을 100번 던져서 앞면이 55번 정도 나왔으므로 시행이 충분히 클 때 통계적 확률은 수학적 확률과 거의 같게 됨을 알 수 있다는 형태로 설명되었다(김상길, 1999; 박종수, 2003; 조성윤, 2004). 그러나 이 연구의 교수 실험 상황에서 학생들은 수학적 확률의 적절성을 통계적 확률에 비추어 역으로 평가하였다.

6차시의 '생일' 문제에서 학생들은 자신들의 초기 추측을 검토하기 위하여 수학적인 계산을 시도한 결과 20명 정도라는 답을 얻었다. 그러나 실제 시뮬레이션을 진행하면서 그 결과가 24명 정도로 자신들이 수학적으로 계산한 답과 다르게 되자 수학적인 접근에 뭔가 문제가 있다고 판단하였다.

482 봉연 : 우리가 20명, 계산을 잘못한 거구나. (McMS2) 한 25명 정도, 25명보다 조금 작은 값?
483 선형 : 20번 너무 적지 않냐?
484 봉연 : 30번은 너무 크지 않냐?
485 선형 : 20번에서 많이 차이난다.
486 봉연 : 20에서 25 사이라니까, 24. 적당한 거야. 24. 근데 왜 20명이 아니지? (McMS2)
487 선형 : 도대체 왜 틀렸지? (McMS2)



〔그림 3〕 ‘생일’의 시뮬레이션 결과

학생들은 시뮬레이션 결과 얻어진 통계적 확률 값과 유의미한 차이가 있는 수학적 확률 값은 잘못된 것으로 평가하였다. 통계적 확률로 수학적 확률의 적절성을 평가하는 이러한 전략은 확률 개념을 고전적 관점과 빈도적 관점에서 동시에 지도하고자 하는 교수학적 의도를 구체화하는 데 하나의 모델이 된다. 이는 ‘확률 개념으로서 통계적 확률과 수학적 확률의 관계를 이해하게(교육인적자원부, 1997, p. 10)’ 하기 위한 교수학적 변환 방식의 방향을 설정하는 데도 도움이 될 수 있다.

Ⅴ. 결론

이 연구는 시뮬레이션을 활용하는 확률 오개념 극복 교수학적 상황에서 학생들이 드러내는 특징을 ‘내용 탐구 요소 학습 과정’ 범주와 ‘오개념 극복 전략’ 범주에 비추어 살펴보았다. 이를 위해 각 범주별로 세부 분석 관점을 구체화하여 이를 토대로 교수학적 상황 전반에 걸쳐 드러나는 세부 특징을 추출하여 그 시사점을 기술하였다.

‘내용 탐구 요소 학습 과정’ 범주에서 분석한 바에 따르면 학생들은 통계적 확률로 수학적 확률 계산 전략을 정당화할 수 있다고 설명하였으며, 이 과정에서 사전 검사에서 드러난 등확률 오개념을 극복하였다. 또한 시뮬레이션 결과 얻은 통계적 자료의 범위를 추정하고 이를 평가하는 전략으로 재추출 방법을 발견하였으며 이를 통해 변이성에 대한 자신들의 오개념을 인식하고 타당한 통계적 추론을 내릴 수 있게 되었다. 이는 시뮬레이션 활동이 통계적 확률, 통계적 추론 등에 대한 학생들의 이해에 전반적으로 기여하였다고 평가할 수 있다.

그러나 한편으로는 통계적 확률을 상대도수에 의해 추정하는 맥락에 의문을 제기하는 학생도 있었다. 이 학생은 시뮬레이션 결과 얻은 상대도수는 어떻게든 변할 수 있으므로 이로

부터 통계적 확률을 추정하는 것은 불가능하다고 주장하였다. 이는 컴퓨터 시뮬레이션 환경에서 보장된 충분한 횟수의 반복 시행이 빈도적 관점에서 확률을 다루기 위한 충분조건이 아닐 수 있음을 시사한다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 얻은 상대도수의 변화 양상을 설명해 주는 큰 수의 법칙이 통계적 확률과 더불어 지도될 때 통계적 확률에 대한 학생들의 이해가 바람직하게 성장할 수 있다. 이러한 관점에서 현재 교육과정에서 별도의 단원으로 분리되어 지도되는 통계적 확률과 큰 수의 법칙이 하나의 단원에서 동시에 지도하는 맥락을 고려해 볼 수 있다.

'오개념 극복 전략'범주의 분석 결과에 따르면 이론적 맥락에서만 확률을 고려하는 인지적 태도는 확률 오개념을 자극할 수 있다. 학생들은 수학적이라는 이유로 빈도적 자료의 변이성을 전혀 고려하지 않는 경우가 있었으며, 빈도적 자료와 다른 자신의 초기 추측을 반성하여 이를 개선하려는 시도 없이 오히려 빈도적 자료의 신뢰성 자체를 의심하기도 하였다. 확률 지식은 이론적 맥락에서뿐만 아니라 시뮬레이션을 활용하는 실제적 경험을 통해 빈도적 관점에서도 다루어질 필요가 있다.

확률 오개념일지라도 특정한 문제 상황에의 적응에는 도움이 될 수도 있다. 때문에 학생들은 자신의 확률 오개념을 인식하지 못하여 이를 개선할 필요를 느끼지 못할 수도 있다. 이는 확률 지식을 정확히 전달하는 것만으로는 확률 오개념을 극복하는 데 한계가 있음을 지적하는 대목으로 학생들이 직접 자신의 확률 오개념을 인식하여 이를 극복하고자 하는 인지적 책임을 갖도록 하기 위해서는 다양한 확률 문제 상황에 참여할 수 있도록 하여야 한다.

여러 연구가 지적한 바와는 달리 시뮬레이션 도구는 학생들이 시뮬레이션 결과를 의미있게 인식하는 데 주요한 영향을 미칠 수 있다. 학생들은 시뮬레이션 도구에 따라 시뮬레이션 결과의 신뢰성을 평가하였으며 이는 구체물과 컴퓨터라는 시뮬레이션 도구에 대한 더 심도 있는 교수학적 논의가 필요함을 보여준다.

일반적으로 진행되어 온 선행 연구에 의하면 통계적 확률의 정당성은 수학적 확률에 비추어 평가되었다. 그러나 이 연구에서 분석한 오개념 극복 전략의 특징에 따르면 수학적 확률이 통계적 확률에 의해 역으로 평가되었다. 학생들은 자신들이 구한 수학적 확률을 평가하고 그 오류를 인식하는 데 시뮬레이션 결과 추정한 통계적 확률을 활용하였다. 수학적 확률을 통계적 확률이라는 기준에 의해 검토하는 이러한 전략은 확률 개념을 다양한 측면에서 지도하고자 하는 교수학적 의도를 구체화하는 하나의 모델이 될 수도 있다.

이 연구에서 분석한 학습 과정은 연구 대상 학생 4명이 드러내는 개별 특징을 검토한 것으로 이는 전체 교실 수업 상황에서 학생들이 드러내는 학습 과정의 특징과는 약간의 차이가 있을 수 있다. 시뮬레이션을 활용하는 확률 오개념 극복 교수학적 상황에 대한 실제적 지식을 보다 충분하게 기술하기 위해서는 후속 연구를 통해 전체 교실 수업의 형태에서 진행되는 교수 실험을 분석해 볼 필요가 있다. 또한, 이 연구에서 기술한 학습 과정의 특징은

교수 실험에서 다룬 과제의 특성에 기반한 것일 수도 있다. 예를 들어 1차시의 ‘주사위 2개’, ‘빨간 공’ 문제 등은 그 질문 방식에 따라 학생들의 오개념 특성이 다르게 나타날 수도 있다. 후속 연구를 통해 과제의 특성과 학생들의 오개념 특성 사이의 관계를 검토해 볼 필요가 있다.

참 고 문 헌

교육인적자원부 (1997). **수학과 교육과정**. 서울: 대한교과서주식회사.

김상길 (1999). **컴퓨터 시뮬레이션 프로그램을 이용한 확률 및 기대값 지도에 대한 연구**. 석사학위 논문, 한국교원대학교 대학원.

박종수 (2003). **Fathom을 활용한 확률 및 통계 학습자료 개발 연구**. 석사학위 논문, 한국교원대학교 대학원.

신보미, 이경화 (2008). 시뮬레이션을 활용한 확률 지식의 교수학적 변환. **수학교육학연구, 18**(1), 1-25.

조성윤 (2004). **Fathom을 활용한 고등학교 확률과 통계의 학습자료 개발 및 효과 분석**. 석사학위 논문, 한국기술교육대학교 대학원.

Batanero, C., Henry, M., & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. In G. A. Jones (Eds.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). USA: Springer.

Borovcnik, M., Bentz, H. J., & Kapadia, R. (1991). A probabilistic perspective. In R. Kapadia & M. Borovcnik (Eds.), *Chance encounters: Probability in education* (pp. 27-71). Netherlands: Kluwer Academic Publisher.

Borovcnik, M., & Peard, R. (1996). Probability. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International handbook in mathematics education* (Part 1, pp. 239-288). Dordrecht: Kluwer.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. London: Kluwer Academic Publishers.

Clarke, J. (1998). Studying the classroom negotiation of meaning: Complementary accounts methodology. *Journal for Research in Mathematics Education, 9*, 98-111.

Del Mas, R. C., & Bart, W. M. (1987). The role of an evaluation exercise in the resolution of misconceptions of probability. *Paper presented at the Annual meeting of the American Educational Research Association.* Washington, DC, April.

Dooren, V. W., Bock, D. D., Depaepe, F., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2002). Secondary school students' illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4*, 305-312. Norwich England: University of East Anglia.

Falk, R. (1989). Inference under uncertainty via conditional probabilities. In R. Morris (Eds.), *The Teaching of Statistics, Studies in Mathematics Education, 7*, 175-184.

Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*, 96-105.

Freudenthal, H. (1972). The "Empirical law of large numbers" or "The stability of frequencies". *Educational Studies in Mathematics, 4*(4), 484-490.

Hawkins, A., & Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability: A psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics, 15*, 349-377.

Jardine, D. (2000). Looking at probability through a historical lens. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6*, 1, 50-54.

Kang, W. (1990). Didactic transposition of mathematical knowledge in textbook. doctoral dissertation, University of Georgia.

Kapadia, R. (1988). Didactical phenomenology of probability. In R. Davidson & J. Swift (Eds.), *The Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics*. Victoria B. C.: University of Victoria.

Konold, C., Alexander, P., Arnold, W., Jill, L., & Abigail, L. (1993). Inconsistencies in students' reasoning about probability. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*, 392-414.

Pfannkuch, M. (2005). Probability and statistical inference: How can teachers enable learners to make the connection? In G. A. Jones (Eds.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 267-294). USA: Springer.

Pratt, D. (2005). How do teachers foster students' understanding of probability?. In G. A. Jones (Eds.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 171-189). USA: Springer.

Quinn, R. J. (2000). Developing an understanding of the law of large numbers. *Australian Mathematics Teacher, 56*(1), 25-28.

Rubenstein, N. R., Craine, V. T., & Butts, R. T. (1998). *Integrated mathematics: Course Ⅰ*. Boston, EI: McDougal Littell.

Shaughnessy, J. M. (1977). Misconceptions of probability: An experiment with a small-group, activity-based, model building approach to introductory probability at the college level. *Educational Studies in Mathematics, 8*, 285-316.

Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics : Reflections and Directions. In D. A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 465-494). New York: Macmillan Publishing company.

Shaughnessy, J. M. (1997). Missed opportunities in research on the teaching and learning of data and chance. In F. Biddulph & K. Carr (Eds.), *Proceedings of the Twentieth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, 1* (pp. 6-22). Rotorua, NZ: University of Waikato.

Shaughnessy, J. M. (2003). Research on students' understandings of probability. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 216-226). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Shaughnessy, J. M., & Bergman, Barry. (1993). Thinking about uncertainty: Probability and statistics. In P. S. Wilson (Eds.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 177-197). New York: Macmillan Publishing Company.

Shaughnessy, J. M., Canada, D., & Ciancetta, M. (2003). Middle school students' thinking about variability in repeated trials: A cross-task comparison. In A. D. Pateman, N. A., Dougherty, B. J & Zilliox, J. (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4*, 159-165.

Shin, B. M., & Lee, K. H. (2006). A study on the law of large numbers instruction through computer simulation. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlisova (Eds.), *Proceedings of the 30th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 1* (p. 330). Prague, CR: Charles University.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1982). Judgments of and by representativeness. In D. Kahneman, P. Slovic & A. Tversky (Eds.), *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 84-100). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Watkins, E. A., Scheaffer, L. R., & Cobb, W. G. (2005). *Statistics in Action.* USA: Key Curriculum Press.

Yin, K. R. (1994). *Case Study Research: Design and Methods*. London: SAGE Publications.

Zawojewski, J. S., & Shaughnessy, J. M. (2000). Data and chance. In E. A. Silver & P. A. Kenney (Eds.), *Results from the Seventh Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp. 235-268). Reston, VA: NCTM.

• *논문 접수 : 2008년 2월 20일 / 수정본 접수 : 2008년 4월 4일 / 게재 승인 : 2008년 4월 15일*

ABSTRACT

Using Simulation for Overcoming Probability Misconception

Bo-Mi Shin
(Educational Researcher, Gwangju Educational Research Information Service)
Kyung-Hwa Lee
(Professor, Korea National University of Education)

Several previous studies suggested that simulation could be a main didactic instrument in overcoming probability misconception. However, they have not described enough how to reorganize probability knowledge as knowledge to be taught in a curriculum using simulation.

The purpose of this study is to identify the practical knowledge needed in developing a didactic transposition method of probability knowledge using simulation. According to a probability misconception situation, this study conducted a teaching experiment to analyse the learning process, misconception overcoming strategies.

This study summed up educational intention, which was designed to transform probability knowledge into didactic according to the introductory purposes of simulation, into curriculum, lesson plans, and experimental teaching materials to present didactic ideas for new probability education programs in the high school probability curriculum.

Key Words : probability misconception, simulation, didactical situation

〔부록 1〕 사후 오개념 검사지

사후 오개념 검사 문항
1. 로또는 1~40까지의 숫자 중 6개의 숫자를 고른다. 1, 2, 3, 4, 5, 6을 고른 사람이 39, 1, 17, 33, 8, 27를 고른 사람보다 이길 가능성이 ① 크다. ② 작다. **③ 같다.**
2. 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 1개를 3번 던져서 모두 앞면이 나왔다면 동전을 4번째 던졌을 때 앞면이 나올 확률은 ① 뒷면보다 작다. **② 같다.** ③ 뒷면보다 크다.
3. 6개의 눈이 나올 가능성이 같은 주사위 2개를 동시에 굴렸을 때, 나올 가능성이 가장 큰 것은? **① 5와 6의 눈** ② 5와 5의 눈 ③어떤 것이든 같다
4. A의 꿈은 의사가 되는 것이다. 그는 사람들을 도와주는 것을 좋아한다. 그가 고등학생이었을 때는 적십자 활동을 하기도 하였다. 그는 우수한 성적으로 학업을 마쳤고, 군대에서 의무관으로 봉사했다. 군복무를 마치고, A는 대학교에 입학했다. 다음 중 가능성이 가장 크다고 생각되는 것은? ① A는 의과대학의 학생이다. **② A는 학생이다.**
5. 어떤 마을에 두 개의 병원이 있다. 작은 병원에서는 하루에 평균 15명의 아기가 태어나고, 큰 병원에서는 하루에 평균 45명의 아기가 태어난다. 태어난 남자아이의 비율이 60%가 넘는 날은 ① 큰 병원에 더 많다. **② 작은 병원에 더 많다.** ③같다.
6. 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 1개를 3번 던졌을 때 적어도 2번 이상 앞면이 나올 가능성은 ① 300번 중에서 200번 이상보다 작다. ② 300번 중에서 200번과 같다. **③ 300번 중에서 200번보다 크다.**
7. 10명의 지원자 중에서 2명으로 구성된 위원회를 고를 수 있는 경우의 수가 8명의 대표를 고르는 경우의 수보다 ① 작다. **② 같다.** ③ 크다.
8. 흰 구슬 2개, 검은 구슬 2개 있는 상자에서 비복원추출. (1) 첫 번째 구슬이 흰색일 때, 두 번째 구슬이 흰색일 확률은 검은색일 확률보다 **① 작다.** ② 같다. ③ 크다. (2) 두 번째 구슬이 흰색일 때 첫 번째 구슬이 흰색일 확률은 검은색일 확률보다 **① 작다.** ② 같다. ③ 크다.

〔부록 2〕 학습지속성 검사지

학습지속성 검사 문항
1. 빨간 공이 2개, 검은 공이 1개 들어 있는 주머니에서 1개의 공을 꺼낼 때, 다음 중 더 잘 일어날 것 같은 경우는? **① 빨간 공이 뽑히는 경우** ② 검은 공이 뽑히는 경우 ③ ①과 ②가 일어날 가능성은 같다.
2. 5명의 학생 중에는 2학년이 3명, 3학년이 2명 있다. 이 5명의 학생들 중에서 회장 1명을 뽑을 경우 2학년이 회장이 될 가능성은 3학년이 회장이 될 가능성보다 **① 크다.** ② 작다. ③ 같다.
3. 앞면과 뒷면이 각각 파랑-파랑, 녹색-녹색, 녹색-파랑인 3장의 카드에서 한 장을 꺼내 책상 위에 놓았을 때 놓인 면이 파란 색이었다. 이 카드의 뒷면이 파란 색일 확률은 뒷면이 녹색일 확률보다 **① 크다.** ② 작다. ③ 같다.
5. 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 1개를 3번 던져서 3H가 나올 확률은 동전 3개를 1번 던져서 3H가 나올 확률보다 ① 크다. ② 작다. **③ 같다.**
6. 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같은 동전 1개를 3번 던져서 앞면이 2번 나올 확률은 동전 1개를 300번 던져서 앞면이 200번 나올 확률보다 **① 크다.** ② 작다. ③ 같다.
7. 평균이 400인 모집단에서 표본의 크기가 10인 표본을 뽑았다. 이 표본에 있는 자료 1개의 값이 250일 때 이 표본의 평균은 얼마일까? ① 400 ② 400보다 크다. **③ 400보다 작다.** ④ 알 수 없다.
4. 10개의 제비 중 당첨제비가 4개 있을 때, 갑을의 순서로 제비 1개씩을 뽑기로 한다. (1) 갑이 당첨제비를 뽑았을 때, 을이 당첨제비를 뽑았을 확률을 구하여라. (2) 을이 당첨제비를 뽑았을 때, 갑이 당첨제비를 뽑았을 확률을 구하여라.